

I. Ueber die in der galvanischen Kette an der Gränze zweier Leiter entwickelte Wärme oder Kälte<sup>1)</sup>; von M. L. Frankenheim.

In der geschlossenen Kette findet, von der chemischen Wirkung in der Flüssigkeit abgesehen, bekanntlich ein zweifacher Wärme-Proceß statt. Der erste besteht in der Erwärmung der ganzen Kette; der Ursprung des zweiten ist auf die Gränze zweier Leiter beschränkt.

Jener wird in jedem Theile der Kette beobachtet und ist unabhängig von der Richtung des Stromes. Seine Intensität ist daher eine solche Function von der Intensität des Stromes  $J$ , die keine Veränderung erleidet, wenn man  $-J$  für  $+J$  setzt. In der That haben Joule und später Andere gefunden, daß die Intensität dieser Wärme, welche man die *primäre* nennen könnte, dem Quadrat der Strom-Intensität proportional ist.

Mit dieser primären Wärme ist das Produkt des *secundären*, von der Gränze der Leiter ausgehenden Wärme-Processes stets gemischt. Die Temperatur der den Gränzen benachbarten Theile ist stets die Summe oder die Differenz beider. Aber diese steht in keinem einfachen Verhältnisse zur Strom-Intensität, und man nimmt daher in der Nähe der Gränzen, bei scheinbar nahe übereinstim-

1) Bei dieser Arbeit bin ich durch die zahlreichen und sorgfältigen Beobachtungen, die Hr. Szafarkiewicz in meinem Laboratorium angestellt hat, sehr unterstützt worden. Einige derselben hat er in seiner Anfangs Juni 1853 erschienenen Inaugural-Abhandlung bekannt gemacht. Sie sind Hrn. v. Quintus-Icilius, dessen Arbeit nur wenig jünger ist, unstreitig unbekannt geblieben.

menden Bedingungen bald Wärme, bald Kälte wahr, und zuweilen scheint die Temperatur dieser Stellen gar keine merkliche Veränderung zu erfahren.

Obleich dieser secundäre Wärme-Proceß schon vor etwa 20 Jahren von Peltier entdeckt ist, so ist dennoch bis jetzt noch nicht versucht worden die Intensitäten des Stromes und des secundären Wärme-Processes durch eine genaue Formel zu verbinden.

Jedenfalls ist die secundäre Wärme dem Quadrate der Strom-Intensität nicht proportional, wie es die primäre ist, weil sie sonst wie diese von der Richtung des Stromes unabhängig wäre, sondern eine solche Function derselben, daß die beiden den entgegengesetzten Richtungen  $\mp J$  des Stromes entsprechenden Werthe ebenfalls einander gleich und entgegengesetzt sind, nämlich  $\mp a$ . Ist nun  $b$  die primäre Wärme, so würde die an den Gränzstellen stattfindende Wärme-Entwicklung, je nach der Richtung des galvanischen Stromes

$$b + a \text{ und } b - a$$

seyn.

Sind  $\alpha$  und  $\beta$  die bei zwei einander gleichen und entgegengesetzten Strömen beobachteten Temperaturen, so ist

$$a = \frac{\alpha - \beta}{2}; \quad b = \frac{\alpha + \beta}{2},$$

wenn man annimmt, daß die beobachteten Temperaturdifferenzen den die Wärme erzeugenden Kräften proportional sind, was bei allen folgenden Beobachtungen, bei denen die Temperatur nur innerhalb weniger Grade schwankte, erlaubt ist.

#### Die Beobachtungsweise.

Um die Temperatur der Gränzgegend kennen zu lernen, bediente ich mich entweder eines Luft-Thermometers oder eines Galvanometers. Jenes war dem von Riefs und anderen Physikern bei ihren elektrischen Versuchen mit so großem Erfolge angewandten Instrumente ähnlich; nur enthielt es statt der Platin-Spirale ein thermo-elektrisches Element, das isolirt in eine Fassung der Glas-

kugel eingesetzt war. Die Flüssigkeit sank gewöhnlich, wenn die galvanische Kette durch jenes Element geschlossen wurde, um eine gewisse GröÙe herab. Wurde nun die Richtung des Stromes umgelegt, so konnte der primäre Wärme-Proceß keine Veränderung in der Höhe der Flüssigkeit hervorbringen, aber diese trat durch den Einfluß des secundären Wärme-Processes in sehr merklicher Weise ein. — Es ist mir jedoch bei der Oertlichkeit, über die ich verfügen konnte, nicht möglich gewesen quantitativ genaue Resultate zu erlangen.

Bei allen im Folgenden angeführten Versuchen wurde daher ein dem von Peltier angegebenen ähnliches Kreuz angewendet. Dieses besteht bekanntlich aus zwei kreuzweise gelegten, in der Mitte zusammengelötheten Stäben von Wismuth und Antimon oder zwei anderen in der thermo-elektrischen Reihe entfernten Metallen. Zwei benachbarte Enden dieses Kreuzes wurden mit dem galvanischen Apparate, die zwei andern mit einem Galvanometer verbunden, so daß die durch den Galvanismus in der Löthungsstelle erregte Wärme oder Kälte einen thermo-elektrischen Strom hervorbrachte, der die Galvanometer-Nadel ablenkte.

Man mißt also bei diesem Verfahren die Temperatur der Kreuzungsstelle während der Dauer des Hauptstromes, und kann mit der Ablesung warten, bis der Apparat zu einem constanten Zustande gelangt ist, das Kreuz eine feste Temperatur angenommen und die Nadel sich beruhigt hat. Wenn man die thermo-elektrische Kette erst mit dem galvanischen Elemente verbindet und dann nach einer gewissen Zeit davon trennt und mit dem Galvanometer in Verbindung setzt, wobei die Temperatur Differenz sowohl während der Unterbrechung des Stromes als nach der Verbindung mit dem Galvanometer beständig abnimmt, so ist man Fehlern unterworfen, welche keine Sorgfalt in der Ablesung und Berechnung des Galvanometers beseitigen kann.

Der Apparat Fig. 1, Taf. III. bestand also aus zwei Thei-

len, der Hauptkette und der Nebenkette, die in dem Mittelstücke des Kreuzes *K* zusammentrafen.

Die Elektroden des galvanischen Elementes *PZ* gingen in die beiden Mittel-Näpfchen oder vielmehr -Klemmen des Mutators *M*, die eine *P* unmittelbar, die andere *Z*, nachdem eine kleine Tangentenbussole *B* und ein Rheostat *R* eingeschaltet waren. Mit den Endnäpfchen des Mutators wurden zwei Enden des Kreuzes verbunden.

Zur Erzeugung des Galvanismus wurden verschiedene Ketten benutzt, in der Regel eine kleine Grove'sche Kette, welche der Nadel der Tangentenbussole *B* eine Ablenkung von  $70^\circ$  geben konnte, wenn kein Rheostat eingeschaltet war. Wenn der Thoneylinder vor Kurzem gebraucht und noch mit Wasser durchzogen war, so reichte es hin, ihn auf einen Augenblick mit starker Schwefelsäure zu füllen, um ihm sogleich seine volle Wirksamkeit wieder zu geben.

Die Tangenten-Busssole *B* hat 210 Millimeter Durchmesser und einen Kupferring von 5,2 Millim. Dicke. Die Nadel, die eine Länge von 54 Millm. hatte, war etwas zu groß für den Durchmesser des Ringes, so daß die galvanische Kraft der Tangente des Ablenkungswinkels nicht genau proportional gesetzt werden durfte. Die nothwendige Correction wurde auf zweifache Weise gefunden. Entweder brachte man die kleine Tangenten-Busssole mit einer anderen von 505 Millm. Durchmesser und einer etwa 100 Millm. langen Nadel zugleich in einen Strom, den man durch Einschaltungen beliebig schwächen konnte und erlangte dadurch eine Reihe correspondirender Ablenkungen, aus denen die Corrections-Tabelle berechnet wurde; oder man wandte das, wie ich glaube, zuerst von Pogendorff empfohlene Verfahren an. Es wurde die kleine Tangenten-Busssole mit einer beliebigen anderen Bussole und einem Rheostaten in eine Kette gebracht und ein Strom hindurchgeleitet, welcher in der Bussole eine constante Ablenkung hervorbrachte. Der Ring der Tangenten-Busssole wurde aber nach und nach in verschiedene Azimuthe gestellt und die Ablenkungen beobachtet. Aus den beiden



Ablenkungen der Nadel vom Ring und des Ringes vom Meridian konnte leicht die der Ablenkung der Nadel von der Ebene des Ringes, wenn dieser im Meridiane stand, entsprechende Kraft berechnet werden.

Beide Tangenten-Bussölen waren so construirt, daß man den Ring um seine verticale Axe drehen konnte, ohne dadurch die zur Verbindung dienenden Klemmen zu verrücken. Es wurde dadurch nicht nur die Anwendung jenes zur Berechnung der Kraft aus den Ablenkungen geeignete Verfahren möglich gemacht, sondern auch die Einstellung sehr erleichtert.

Die kleine Tangenten-Bussöle war für Versuche, bei denen die Genauigkeit  $\frac{1}{100}$  bis  $\frac{1}{200}$ , das heißt bei einer Ablenkung von 45 Grad 0,002 bis 0,004, nicht zu überschreiten braucht, ein sehr bequemer Apparat, der leicht eingestellt und beobachtet werden konnte und während der ganzen Reihe von Versuchen keine Veränderung erlitt.

Der Rheostat *R* ist einer der hübschen in Berlin verfertigten Serpentin-Cylinder mit einer Spirale von Neusilber-Draht, der zugleich als Gewinde dient, und einem durch eine starke Feder an den Draht gedrückten Röllchen. Sie verlangen jedoch große Vorsicht im Gebrauch, da die Feder nicht immer gleichförmig andrückt und dadurch, namentlich bei schwachen Leitungs-Widerständen, große Schwankungen hervorbringen kann.

Der Mutator *M* hat neben den Näpfchen zur Sicherheit der Verbindung noch Klemmen. — Zuweilen war der Leitungs-Widerstand im Mutator nicht zu vernachlässigen. Denn wenn der Bügel mit dem galvanischen Elemente, das Kreuz mit *ef* (Fig. 2, Taf. III.) verbunden war, so wurde die Leitung, wenn der Bügel in *de* tauchte, um das Drahtstück *edef* länger als wenn der Bügel in *ef* tauchte. Dann pflegte ich die zu dem Kreuze führenden Verbindungs-Drähte in *d* und *e* oder in *c* und *f* zu legen, wobei dann die Umkehrung des Stroms keine Veränderung im Leitungs-Widerstande hervorbrachte. Jedoch war dieses selten nothwendig.

Von Kreuzen *K* wandte ich mehrere an, die in den Dimensionen, im Stoffe und in der Gestalt von einander verschieden waren. Sie bestanden gewöhnlich aus einem Paar gerader, flacher oder cylindrischer Stäbe zweier thermo-elektrisch verschiedener Metalle, die an ihren Enden Kupfer-Stifte trugen, welche mittelst vier Näpfchen oder Klemmen mit den übrigen Theilen des Apparates verbunden wurden. Einige Kreuze, mit denen zur Vergleichung gewöhnliche thermo-elektrische Versuche angestellt werden sollten, hatten in ihrem mittleren Theile die Gestalt einer vierseitigen mit dem Scheitel nach unten gehenden Pyramide.

Die Kreuze waren durch Pappdeckel vor unregelmässiger Wärme-Strahlung geschützt.

Als *Galvanometer* konnte ich keinen Spiegel-Apparat anwenden, sondern mußte mich mit einem gewöhnlichen, für schwache Leitungs-Widerstände eingerichteten, mit Doppelnadel versehenen Instrumente begnügen, bei welchem man mit Sicherheit nicht über Zehntel-Grade ablesen konnte. Ein solches Galvanometer ist nur bei grosser Sorgfalt als Mefs-Apparat anzuwenden. Die magnetische Kraft der beiden Nadeln wird durch starke Erschütterungen oder durch einen starken Strom, der hindurch geht, so verändert, daß man sie umstreichen muß, und selbst anscheinend unbedeutende Ursachen bringen zuweilen eine bemerkliche Veränderung in der relativen Kraft der beiden Nadeln und also auch in der Ablenkung hervor. Man darf daher nur solche Ablenkungen mit einander vergleichen, bei denen man sich von der Abwesenheit solcher Störungen überzeugt hatte.

Um die den Ablenkungen entsprechenden Kräfte zu finden, wurde ein Strom zugleich durch die Tangenten-Busssole und das Galvanometer geleitet, wobei jedoch die Wirkung auf das empfindliche Galvanometer durch eine starke Nebenleitung geschwächt war. Diese Vergleichungen wurden von Zeit zu Zeit wiederholt und es fand sich, wie aus theoretischen Gründen zu erwarten war, daß, wenn

auch die absolute einer Ablenkung entsprechende Kraft sich verändert hatte, das Verhältniß der, verschiedenen Ablenkungen entsprechenden Kräfte nahe constant geblieben war. Man konnte daher auch mit dem Galvanometer quantitativ brauchbare Werthe erlangen. Aber dieser Theil der Arbeit war mühsam und trotz aller Sorgfalt dennoch größeren Beobachtungsfehlern unterworfen als die übrigen.

Zu einer vollständigen Beobachtung gehörten zwei Able- sungen des Galvanometers bei Strömen von gleicher Stärke, die aber in entgegengesetzter Richtung durch das Kreuz gingen; gewöhnlich wurde der Mutator mehrmals umgelegt und kleine Differenzen durch Interpolation ausgeglichen. Fast alle folgenden Angaben sind daher schon Mittelwerthe mehrerer Ablesungen.

#### Der Einfluß der Strom-Intensität auf die secundäre Wärme.

Durch Versuche mit Apparaten sehr verschiedener Art, mit Ketten nach Grove, Bunsen, Daniell, mit einem oder mit zwei Elementen, habe ich mich überzeugt, daß die secundäre thermische Wirkung nicht von der GröÙe der elektromotorischen Kraft, sondern nur von der durch die magnetische und chemische Wirkung gemessenen Intensität abhängt. Es war nun zunächst meine Aufgabe, das Verhältniß zu finden, in welchem die secundäre Wirkung zur Intensität steht.

Zu diesem Zwecke habe ich in den folgenden Tabellen die Resultate einiger Beobachtungen zusammengestellt, bei denen innerhalb einer jeden Reihe das Kreuz und die übrigen Theile der Kette unverändert blieben, aber die Intensität des Hauptstroms sehr verschiedene Werthe erhielt. Die Angabe der Winkel habe ich für unnöthig gehalten. Die Zahlen sind alle schon vollständig reducirt.

*J* ist die Intensität des durch die Tangenten-Busssole gehenden Stromes, diejenige, bei welcher die Ablenkung  $45^\circ$  betrug  $= 1$  gesetzt. Diese Einheit behielt stets denselben Werth.

Alle übrigen Zahlen beziehen sich auf die Intensität des thermo-elektrischen, aus der Erwärmung der Kreuzungsstelle hervorgehenden Stromes, und das Galvanometer wirkt also hier als Thermometer. Als Einheit gilt auch bei ihm die der Ablenkung von  $45^\circ$  entsprechende Kraft. Aber diese kann nur innerhalb einer Tabelle als constant angenommen werden. Für Beobachtungen, die zu verschiedenen Zeiten angestellt sind, nimmt diese GröÙe zuweilen sehr verschiedene Werthe an;

$\alpha$  ist die aus der Ablenkung des Galvanometers berechnete Kraft, wenn die durch den primären und den secundären Wärme-Proceß hervorgebrachten Ströme dieselbe Richtung haben, der Kreuzungs-Punkt also durch beide erwärmt wird,

$\beta$  wenn die secundäre Wirkung in einer Abkühlung besteht, die Ströme also entgegengesetzt sind,

$a$  ist die der secundären,  $b$  die der primären Wirkung entsprechende Kraft. Also  $a = \frac{\alpha - \beta}{2}$ ;  $b = \frac{\alpha + \beta}{2}$ .

1. Wismuth-Antimon-Kreuz No. 2, 4,5 Millm. dicke cylindrische Stäbe.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$a : J$	Med.
0,333	0,104	-0,093	0,098	0,005	0,328	0,306
0,782	279	194	236	042	302	
1,391	506	305	405	101	299	
2,123	988	272	630	358	297	

2. Dasselbe Kreuz, aber in anderer Stellung.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$a : J$	Med.
0,147	0,072	-0,042	0,057	0,015	0,388	0,385
0,386	180	129	154	026	401	
1,383	667	367	517	150	374	
1,464	711	388	550	161	376	

3. Wismuth-Antimon-Kreuz No. 6, 5,2 Millm. breite, etwa 0,7 Millm. dicke Platten.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$a : J$	Med.
0,315	0,215	-0,204	0,209	0,005	0,663	0,653
0,570	389	363	376	013	660	
0,913	607	555	501	026	636	

4. Wismuth-Kupfer-Kreuz No. 1, das Wismuth ein 4,5 Millim., das Kupfer ein 2,1 Millim. dicker Stab.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$\alpha : J$	Med.
0,299	0,143	-0,181	0,162	0,019	0,542	0,532
0,490	236	286	261	025	532	
0,665	321	392	356	035	535	
1,441	562	924	743	181	516	

Ein zweites Kreuz von demselben Stoff und ähnlichen Dimensionen gab damit fast identische Werthe.

5. Wismuth-Kupfer-Kreuz No. 2, das Wismuth ein 2,8 Millim., das Kupfer ein 2,1 Millim. dicker Stab.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$\alpha : J$	Med.
0,602	0,330	-0,267	0,298	0,031	0,483	0,473
0,970	528	386	451	071	471	
1,103	587	421	503	083	456	
1,174	653	461	557	096	475	
1,586	970	538	754	216	482	

6. Kupfer-Antimon-Kreuz No. 2, das Antimon ein 2,8 Millim., das Kupfer ein 2,1 Millim. dicker Stab.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$\alpha : J$	Med.
0,168	0,023	-0,023	0,023	0,000	0,137	0,138
214	031	031	031	000	145	
338	048	045	046	000	136	
418	056	054	051	001	132	
654	095	092	093	001	142	

7. Dasselbe Kreuz in einer anderen Stellung.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$\alpha : J$	Med.
0,452	0,098	-0,094	0,096	0,002	0,212	0,209
1,300	318	222	270	048	207	

8. Kupfer-Eisen-Kreuz, das Kupfer ein 5 Millim., das Eisen ein 8 Millim. dicker Stab.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$\alpha : J$	Med.
0,228	0,056	-0,049	0,052	0,003	0,232	0,243
0,458	113	107	110	005	240	
0,744	205	163	184	021	247	
1,197	345	246	295	045	246	
1,297	389	259	324	065	249	

9. Neusilber-Eisen-Kreuz, 4,8 Millm. dicke Stäbe.

$J$	$\alpha$	$\beta$	$a$	$b$	$a:J$	Med.
0,697	0,051	-0,053	0,052	0,001	0,074	0,074
1,034	069	085	011	08	074	
1,353	097	104	101	04	075	

## Resultate aus diesen Tabellen.

Innerhalb einer jeden Reihe ist also  $a:J$  eine constante Gröfse; die secundäre Wärme oder Kälte ist der Intensität  $J$  proportional <sup>1)</sup>.

Die Gröfse  $b$ , das heifst die primäre Wärme-Entwicklung, ist bekanntlich dem Quadrate der Intensität proportional, und die oben mitgetheilten Versuche, wenn auch nicht geeignet dieses Gesetz nachzuweisen, weil  $b$  absichtlich möglichst klein genommen ist, zeigen doch ebenfalls, dafs  $b$  weit rascher fortschreitet als  $a$ .

Wenn man  $A = a:J$ ,  $B = b:J^2$  setzt, so ist

$$\alpha = a + b = AJ + BJ^2$$

$$\beta = -a + b = -AJ + BJ^2.$$

Wenn  $J$  von 0 an allmählig steigt, so ist  $\beta$  anfangs schwach negativ, die Ablenkung also der von  $\alpha$  entgegengesetzt; es tritt an der Kreuzungs-Stelle eine wirkliche Abkühlung ein. Diese steigt mit der Intensität und wird am grössten, wenn  $J = A:2B$ , wo  $\beta$  also ein Minimum und  $= -\frac{1}{4}A^2:B$  ist. Bei steigender Intensität wird die Abkühlung wieder kleiner und für  $J = A:B$  ist sie wieder  $= 0$  und wird dann positiv. Bei einer jeden gröfseren Intensität wird durch die Umlegung des Bügels daher wohl die Gröfse der Ablenkung im Galvanometer, aber nicht die Richtung geändert.

Ein Beispiel dieser Umkehrung findet sich in der folgenden Tabelle.

1) Diese schon vor einigen Jahren von mir gefundene Relation hat Hr. Dr. Szafarkiewicz in seiner oben erwähnten Abhandlung S. 17 mitgeteilt und durch Versuche bestätigt. Hr. v. Quintus-Isilius ist durch ein, von dem meinigen gänzlich verschiedenes Verfahren, zu einem ähnlichen Resultate gelangt.

Wismuth-Antimon-Kreuz No. 5, flache Stäbchen von 3 Millm. Breite  
und 1 Millm. Dicke.

$J$	$a$	$\beta$	$a$	$b$	$a:J$	$b:J^2$
0,867	0,297	-0,073	0,185	0,112	0,213	0,15
1,804	940	+ 164	388	552	215	17

Also  $A = 0,21$ ;  $B = 0,16$  etwa, und bei  $J = 1,3$  würde die Ablenkung  $= 0$  seyn.

Sind  $P$  und  $Q$  die Werthe, welche die hier angenommenen Einheiten der kleinen Tangenten-Busssole und des Galvanometers nach absoluter Kraft erlangen würden, und  $A'$  und  $B'$  die Werthe von  $A$  und  $B$  bei der Reduction auf absolute Kraft, so ist

$$A' = QA:P; \quad B' = QB:P^2; \quad \frac{B'}{A'} = \frac{B}{AP}.$$

Die GröÙe  $\frac{B}{A} = \frac{b}{aJ}$  ist eine für die Wärme-Erregung durch galvanische Ströme wichtige Constante. Sie ist unabhängig von der absoluten Intensität des Galvanometers und erlaubt die Vergleichung von Beobachtungen, bei denen sie verschieden ist. Für mehrere Kreuze, bei denen diese Constante bestimmt werden konnte, erlangte ich in verschiedenen Versuchen sehr übereinstimmende Werthe. So z. B. in einem Wismuth-Antimon Kreuz mit dünnen flachen Stäben.

$J$	$a$	$b$	$b:Ja$
0,579	0,310	0,054	0,30
0,721	142	033	0,32
1,862	126	073	0,31

Der Einfluss der Stellung der Kreuze.

Man muß, wenn man für  $a:J = A$  constante Werthe erlangen will, stets dieselben Arme des Kreuzes mit der galvanischen Kette und dem Galvanometer verbinden. Wendet man das Kreuz, so erlangt man in der Regel abweichende Werthe; aber es spricht sich ein gewisses Gesetz dabei aus: Die dicken Kreuze zeigen nämlich weit kleinere Abweichungen als die dünnen.



Bei dem Wismuth-Antimon Kreuz mit 4,5 dicken Stäben unterschieden sich die Werthe von  $A$  in den vier Stellungen des Kreuzes höchstens in dem Verhältniß von 1,06 zu 1. Bei dem 2,8 Millm. dicken Kreuze dagegen wie 1,35 und bei flachen Stäben sogar wie 1,7 bis 2,0 zu 1.

Bei Wismuth-Kupfer- und Antimon-Kupfer-Kreuzen, wo das Kupfer 2,1 Millm. dick war, das andere Metall 2,8 oder 4,5 Millm., war das Verhältniß der Werthe von  $A$  für die dicken Kreuze 1,05 zu 1, für die dünnen wie 1,3 oder 1,5 zu 1.

Aehnliche Resultate erlangte ich bei hart gelötheten, aber gut ausgeglühten Eisen-Kupfer-Kreuzen.

Am stärksten sprach sich dieser Unterschied bei dem Neusilber Eisen aus. In einem Kreuze mit 4,8 Millm. dicken Stäben betrug die Differenz kaum  $\frac{1}{30}$  bis  $\frac{1}{100}$ , während bei dünnen von etwa 1 Millm. Stärke die Werthe von  $A$  je nach der Stellung der Arme zwischen 0,002 und 0,070 fielen.

Auch in den Werthen von  $B$  und  $B:A$  bringt die Stellung des Kreuzes Unterschiede hervor, die aber mit denen von  $A$  in keinem deutlichen Zusammenhange stehen.

Die Ursache dieser Anomalie beruht auf den von Magnus, Svanberg und Franz beobachteten Erscheinungen. Ein metallischer Krystall hat je nach der Fläche, mit der er dem anderen Metall anliegt, verschiedene thermoelektrische Wirkungen. Sind es mehrere Krystalle, die thätig sind, so ist die Total-Wirkung dem Mittelwerth der Wirkungen der einzelnen Krystalle gleich. Je größer nun die Anzahl der regellos gelagerten Krystall-Individuen ist, desto weniger wird die Wirkung von demjenigen Mittelwerth verschieden seyn, der gewissermaßen das Product unendlich vieler Individuen ist. Wie die mittleren Temperaturen von Jahrzehenden weniger von einander abweichen wie die einzelner Jahre, so werden auch bei dünnen Stäben die Unterschiede in der Regel größer seyn als bei dicken, wenn die Individuen in beiden von ungefähr gleicher Größe sind.

Es wird mit den meisten Erscheinungen, die man einer Krystallisations-Kraft zuschreibt, eine gleiche Bewandniss haben. Die Kraft Krystalle zu bilden hat jeder, oder wenn man Amorphie zulässt, fast jeder sich während der Beobachtung nicht verändernde Körper in gleichem Maasse. Aber um wenige und große Krystalle hervorzubringen, muss gewissen schwer zu erfüllenden Bedingungen genügt werden, und dann treten Erscheinungen auf, die nicht mehr von dem Stoffe allein abhängen, wie bei Körpern, die aus einer sehr großen Anzahl kleiner regellos gelagerter Individuen bestehen, sondern auch von der Lage der Krystallflächen.

Bei Eisen und Neusilber und in geringerem Grade auch bei Kupfer ist die Anzahl der in jedem Querschnitte neben einander liegenden Krystall-Körner zu groß als dass die Form derselben einen Einfluss üben könnte. Aber eben die Kleinheit der Krystalle und die Anwesenheit eines fein vertheilten zwischen die Körner der Hauptmasse sich lagern den Stoffes geben dem Metalle die Fähigkeit sehr verschiedene Grade von Härtung anzunehmen, einem Zustande, der stets mit einer großen Ungleichförmigkeit des Gefüges und der Kohäsion, überhaupt, sowohl in verschiedenen Punkten als in einem Punkte in verschiedenen Richtungen, verbunden ist. Und wie aus Magnus schönen Versuchen bekannt ist, reicht eine Verschiedenheit der Härtung hin um große Unterschiede in der thermo-elektrischen Kraft hervorzubringen.

Die Polarisation des Lichtes ist nicht das einzige Gebiet, wo die durch rasche Abkühlung oder mechanische Kräfte hervorgebrachte Ungleichförmigkeit der Cohäsion, also eine Art Pseudo-Krystallisation, Erscheinungen hervorruft, die denen der wirklichen Krystalle verwandt sind.

Der Einfluss der Dicke und des Stoffes der Kreuze.

Es bedarf, um diese genau kennen zu lernen, chemisch reiner Körper, die nicht durch Löthung sondern durch Druck mit einander verbunden sind. Aber einige Versuche mit

Bei dem Wismuth-Antimon Kreuz mit 4,5 dicken Stäben unterschieden sich die Werthe von  $A$  in den vier Stellungen des Kreuzes höchstens in dem Verhältniß von 1,06 zu 1. Bei dem 2,8 Millm. dicken Kreuze dagegen wie 1,35 und bei flachen Stäben sogar wie 1,7 bis 2,0 zu 1.

Bei Wismuth-Kupfer- und Antimon-Kupfer-Kreuzen, wo das Kupfer 2,1 Millm. dick war, das andere Metall 2,8 oder 4,5 Millm., war das Verhältniß der Werthe von  $A$  für die dicken Kreuze 1,05 zu 1, für die dünnen wie 1,3 oder 1,5 zu 1.

Ähnliche Resultate erlangte ich bei hart gelötheten, aber gut ausgeglühten Eisen-Kupfer-Kreuzen.

Am stärksten sprach sich dieser Unterschied bei dem Neusilber Eisen aus. In einem Kreuze mit 4,8 Millm. dicken Stäben betrug die Differenz kaum  $\frac{1}{30}$  bis  $\frac{1}{100}$ , während bei dünnen von etwa 1 Millm. Stärke die Werthe von  $A$  je nach der Stellung der Arme zwischen 0,002 und 0,070 fielen.

Auch in den Werthen von  $B$  und  $B:A$  bringt die Stellung des Kreuzes Unterschiede hervor, die aber mit denen von  $A$  in keinem deutlichen Zusammenhange stehen.

Die Ursache dieser Anomalie beruht auf den von Magnus, Svanberg und Franz beobachteten Erscheinungen. Ein metallischer Krystall hat je nach der Fläche, mit der er dem anderen Metall anliegt, verschiedene thermoelektrische Wirkungen. Sind es mehrere Krystalle, die thätig sind, so ist die Total-Wirkung dem Mittelwerth der Wirkungen der einzelnen Krystalle gleich. Je größer nun die Anzahl der regellos gelagerten Krystall-Individuen ist, desto weniger wird die Wirkung von demjenigen Mittelwerth verschieden seyn, der gewissermaßen das Product unendlich vieler Individuen ist. Wie die mittleren Temperaturen von Jahrzehenden weniger von einander abweichen wie die einzelner Jahre, so werden auch bei dünnen Stäben die Unterschiede in der Regel größer seyn als bei dicken, wenn die Individuen in beiden von ungefähr gleicher Größe sind.

Es wird mit den meisten Erscheinungen, die man einer Krystallisations-Kraft zuschreibt, eine gleiche Bewandtniß haben. Die Kraft Krystalle zu bilden hat jeder, oder wenn man Amorphie zuläßt, fast jeder sich während der Beobachtung nicht verändernde Körper in gleichem Maasse. Aber um wenige und große Krystalle hervorzubringen, muß gewissen schwer zu erfüllenden Bedingungen genügt werden, und dann treten Erscheinungen auf, die nicht mehr von dem Stoffe allein abhängen, wie bei Körpern, die aus einer sehr großen Anzahl kleiner regellos gelagerter Individuen bestehen, sondern auch von der Lage der Krystallflächen.

Bei Eisen und Neusilber und in geringerem Grade auch bei Kupfer ist die Anzahl der in jedem Querschnitte neben einander liegenden Krystall-Körner zu groß als daß die Form derselben einen Einfluß üben könnte. Aber eben die Kleinheit der Krystalle und die Anwesenheit eines fein vertheilten zwischen die Körner der Hauptmasse sich lagernden Stoffes geben dem Metalle die Fähigkeit sehr verschiedene Grade von Härtung anzunehmen, einem Zustande, der stets mit einer großen Ungleichförmigkeit des Gefüges und der Kohäsion überhaupt, sowohl in verschiedenen Punkten als in einem Punkte in verschiedenen Richtungen, verbunden ist. Und wie aus Magnus schönen Versuchen bekannt ist, reicht eine Verschiedenheit der Härtung hin um große Unterschiede in der thermo-elektrischen Kraft hervorzubringen.

Die Polarisation des Lichtes ist nicht das einzige Gebiet, wo die durch rasche Abkühlung oder mechanische Kräfte hervorgebrachte Ungleichförmigkeit der Cohäsion, also eine Art Pseudo-Krystallisation, Erscheinungen hervorruft, die denen der wirklichen Krystalle verwandt sind.

Der Einfluß der Dicke und des Stoffes der Kreuze.

Es bedarf, um diese genau kennen zu lernen, chemisch reiner Körper, die nicht durch Löthung sondern durch Druck mit einander verbunden sind. Aber einige Versuche mit

Stäben, welche in ihrer Mitte durch starke Federn an einander gehalten wurden, gaben keine befriedigenden Resultate, weil es sehr schwer war die Berührung so gleichförmig zu machen, daß der Leitungs-Widerstand constant blieb. Ich beschränke mich hier auf einige Beobachtungen an den gewöhnlichen gelötheten Kreuzen.

Der Einfluß der Dicke der Stäbe auf den secundären Strom ist von dem, welche sie auf den primären hat, sehr verschieden. Bei diesem ist die durch den Strom entwickelte Wärmemenge dem Leitungs-Widerstande direct proportional, also z. B. bei Stäben von einem drei Mal so großen Querschnitt  $\frac{1}{3}$  so groß, oder die Temperatur-Differenz  $\frac{1}{3}$  so groß.

Bei der secundären Wärme steht dagegen bei allem Schwanken in der Größe der Kraft  $A$  das Resultat fest, daß sie in dicken Stäben nicht kleiner ist als in dünneren. Ich besaß von mehreren thermo-elektrischen Combinationen Kreuze von ungleicher Dicke. Wenn man beide auf gleiche Leitungs-Widerstände reducirte, so standen die Werthe von  $A$  in zwei Wismuth-Antimon-Kreuzen, deren Stäbe 4,5 Millm. und 2,8 Millm. Dicke hatten, wo also die Querschnitte sich wie 2,6:1 verhielten, in dem Verhältniß 1,1 zu 1.

Bei zwei Wismuth-Kupfer-Kreuzen, wo die cylindrischen Wismuth-Stäbe 4,5 und 2,8 Millm. dick waren, und die Kupfer-Stäbe 2,1 Millm. war das Verhältniß 1,3:1, und ähnliche Resultate waren bei Kreuzen von Neusilber-Eisen und Kupfer-Eisen. Bei zwei flachen Wismuth-Antimon-Kreuzen, die 0,7 Millm. dick, aber 5,2 und 2,0 Millm. breit waren, stimmten die Werthe noch mehr überein als in den cylindrischen Stäben, nämlich wie 1,05:1.

Da die im Galvanometer wirkenden ablenkenden Kräfte den Temperaturen der Löthstelle nahe proportional sind, so ist die durch einen galvanischen Strom von gewisser Größe im Kreuze erregte Temperatur Differenz, wenigstens innerhalb der von mir angewendeten Dimension beinahe unabhängig von dem Querschnitt, jedenfalls in dickeren

Stäben nicht kleiner als in dünneren. Man wird also bei Untersuchungen über die secundäre Wärme sich dicker Stäbe bedienen müssen, welche an Kraft den dünnen nicht nachstehend von manchen Störungen frei sind, durch welche die Beobachtungen an dünneren Kreuzen gestört werden.

Was den Einfluss des *Stoffes* betrifft, so glaubte Peltier anfangs, dass die secundäre Wirkung von der Leitung abhängt. Dieses ist jedoch der Fall nicht, und schon die ersten Physiker, welche seine Versuche wiederholten, gaben das richtige Gesetz an, dass die Metalle in ihrer Fähigkeit die secundäre Wärme hervorzubringen, dieselbe Reihenfolge beobachten, wie bei dem gewöhnlichen thermo-elektrischen Prozesse. In beiden standen Wismuth und Antimon an den Grenzen und Kupfer nicht gar weit von der Mitte entfernt. Aber quantitativ genaue Beobachtungen über die relative Intensität der Wirkungen verschiedener Metall-Combinationen sind bis jetzt weder in dem einen noch dem anderen Gebiete in genügender Weise vorhanden.

Nimmt man an, dass beide einander proportional sind, so wird sich bei der Vergleichung von zwei Combinationen, deren thermo-elektrische Differenzen sich wie  $m:n$  verhalten, in den Temperatur-Differenzen ebenfalls das Verhältniss von  $m:n$  zeigen. Da aber gleiche Temperatur-Differenzen in empfindlicheren thermo-elektrischen Elementen eine grössere Wirkung hervorbringen, so werden die durch die beiden Kreuze erregten Stromkräfte in dem Verhältniss  $m^2:n^2$  stehen; also den Quadraten der blofs thermo-elektrischen Wirkung proportional seyn.

Ich hoffe in Kurzem einige diesen Gegenstand betreffende Versuche mittheilen zu können.

#### Rückwirkung auf die galvanische Kette.

Der secundäre, durch die Erwärmung oder Erkältung der Löthungsstelle erregte Strom geht natürlich nicht blofs durch die nach dem Galvanometer führenden Arme des Kreuzes, sondern auch in gleicher Stärke durch diejenigen, welche nach dem Hauptstrom zurückgehen und zwar immer

in einer diesem entgegengesetzten Richtung; der Hauptstrom wird daher durch den secundären Strom stets geschwächt. Wenn z. B. in einer Kupferleitung ein Wismuthstück eingeschaltet wird, so wird der Hauptstrom durch die primäre Wärme keine Veränderung erleiden, weil die dadurch an beiden Gränzstellen erregten Ströme einander gleich und entgegengesetzt sind. Aber die secundäre Wirkung, die an der einen Gränze in Abkühlung, an der anderen in Erwärmung besteht, bringt an beiden Orten Ströme von gleicher Richtung hervor und der Verlust des Hauptstroms ist daher das Doppelte von dem durch Kupfer und Wismuth erzeugten secundären Strom.

Wo solcher Wechsel mehrere sind, wie in einer thermoelektrischen Batterie, da ist der Verlust, den, ganz abgesehen von dem Leitungs-Widerstande, die elektromotorische Kraft erleidet, der Anzahl der Wechsel proportional.

Vielleicht erklärt sich dadurch der Unterschied, den man in dem Leitungsvermögen mehrerer dem Anscheine nach gleichartiger Körper gefunden hat. Bei den grob krystallinischen Metallen kann er von der Lage der Krystalle herrühren, in denen die Leitungsfähigkeit in verschiedenen krystallographischen Richtungen ungleich ist. Aber diese Erklärung findet auf die zähen Metalle keine Anwendung, wo die Individuen in der Regel sehr klein sind. Dagegen kann hier die Beimengung eines fremden Stoffes von Einfluß seyn. Ein Stück Eisen und Kohle oder Kohlen-Eisen so gelegt, daß der galvanische Strom die Gränze nur zwei Mal überschreitet, wird keine merkliche Schwächung desselben hervorbringen; wenn aber beide sehr fein gemengt sind, so daß solche Uebergänge viele tausend Mal stattfinden, so muß allerdings eine beträchtliche Schwächung der elektromotorischen Kraft eintreten.

Es bedarf dazu sogar nicht einmal der Beimengung eines heterogenen Körpers, da schon der bloße Uebergang der Elektrizität von einem Krystall in einen anderen von abweichender Lage einen Gegenstrom hervorbringt. Ein grobkörniger Kupferdraht z. B. wird weniger Verlust erle-



leiden, als ein sehr fein körniger; da galvanoplastisch gebildetes Kupfer grobkörniger ist als geschmolzenes, so wird jenes, besonders wenn sein Gefüge durch starkes Ziehen so wenig wie möglich verändert ist, ebenso leiten als dieses. Die Beobachtungen von W. Weber, der galvanoplastisch und gewöhnliches Kupfer auf ganz gleiche Weise untersuchte, ergaben für den Leitungs-Widerstand des gewöhnlichen Kupfers 1,108 des galvanoplastischen  $= 1$  gesetzt, was unserer Vermuthung entspricht. Ein Metall wie Zink würde übrigens bei Versuchen dieser Art eine stärkere Differenz geben wie Kupfer, das in tesseralen Formen krystallisirt und daher für die Berührung heterogener Flächen weniger Gelegenheit bietet.

#### Die Thermo-Elektricität.

Um die Temperatur, welche einer secundären Wärme-Entwicklung entspricht, in gewöhnlichen Thermometer-Graden angeben zu können, waren die Kreuze so gebogen, daß der Löthungspunkt den Scheitel einer nach unten gekehrten Pyramide bildete, und leicht in ein Wasserbad getaucht werden konnte. Die Intensität des gewöhnlichen thermo-elektrischen Stromes wurde dann mit derjenigen des secundären Stromes verglichen und daraus die Temperatur, die diesen hervorbrachte, bestimmt. Auf diese Weise fand ich, daß die Temperatur-Differenz der Löthstelle für eine Stromstärke von  $45^\circ$  in der kleinen Tangenten-Busssole bei einem Eisen-Kupfer-Kreuz gegen  $20^\circ$  C. betrug.

Ich behalte mir über diese Versuche noch eine spätere Mittheilung vor, da es bis jetzt noch nicht gelungen ist, alle Schwierigkeiten zu beseitigen, weil jede Aenderung in dem Gefüge eine Veränderung der thermo-elektrischen Kraft zur Folge hat. Zuweilen tritt eine solche Veränderung sogar während der Beobachtung ein, so daß ein constanter Zustand, der sonst nach fünf Minuten erlangt wird, nach 20 bis 30 Minuten und länger noch nicht eingetreten ist.

Dies ist vielleicht auch die Ursache, daß wir so wenige Messungen über die Intensität der thermo elektrischen Kraft besitzen, obgleich ihm Erscheinungen von vielen Störungen frei sind, welche der chemische Proceß bei den hydro-galvanischen Strömen hervorbringt.

Auch muß die Thermo-Elektricität wohl auf eine von der üblichen etwas abweichende Weise aufgefaßt werden. Der Strom entsteht eigentlich nicht durch die Erwärmung oder Erkältung der Berührungs-Stelle zweier heterogener Metalle, sondern die Temperatur-Veränderung beseitigt nur ein Hinderniß, welches die Wahrnehmung des schon vorhandenen Stromes verhindert. So lange alle Löthstellen einer geschlossenen metallischen Kette eine gleichförmige Temperatur haben, ist kein Strom sichtbar, weil die verschiedenen an den Gränzstellen entstehenden Ströme sich neutralisiren.

Wenn  $AB$ ,  $BC$  . . die Strom-Intensitäten an der Gränzstelle des ersten und zweiten, zweiten und dritten u. s. f. Metalles sind, so ist in jeder Temperatur, wenigstens derjenigen unserer Beobachtungs-Lokale,

$$AB + BC + CD + DA = 0.$$

Daraus folgt *erstlich*, daß stets  $AB + BC = -CA$ , und *zweitens*, daß die Veränderung, welche die Stromkraft je nach der Temperatur erfährt, für alle Combinationen, wenigstens innerhalb jener Gränzen, gleichförmig ist.

Es entsteht also, wo zwei heterogene Metalle sich berühren, ein Strom, dessen Intensität eine vom Stoffe innerhalb jener Gränzen unabhängige Function der Temperatur ist. In einer ganz metallischen Kette ist die Summe der Ströme gleich Null. Aber die Metalle folgen in der Intensität ihrer Wirkung nicht der sogenannten Spannungsreihe: Platin, Kupfer, Zink, sondern der thermo-elektrischen; und die wahre Contact-Elektricität wäre demnach nicht die gewöhnliche Volta'sche, sondern die Seebeck'sche.

Der hydrogalvanische Strom würde also, wenn diese Auffassung richtig ist, einen chemischen Ursprung haben und die gewöhnliche Reibungs-Elektricität einen theils

thermo-elektrischen theils chemischen, in unserer Elektrisir-Maschine zuverlässig der letzte. Es bleiben zwar, wie man auch die Natur der hydro-galvanischen Kette auffassen mag, immer einige Erscheinungen unerklärt, aber der Vorzug ist meines Erachtens auf Seite der chemischen Theorie.

## II. Theorie des elektrischen Rückstandes in der Leidener Flasche; von R. Kohlrausch.

(Schluß von S. 82.)

### 9.

**W**ir wollen nun einen Augenblick die gewöhnliche Erklärungsweise des elektrischen Rückstandes näher ins Auge fassen.

Es soll nach ihr der Druck der gleichartigen Elektricität derselben Belegung und der starke Zug der entgegengesetzten auf der anderen Belegung nach und nach einen Theil derselben in das Glas hineinpressen. Entweder diese ganze eingedrungene Menge oder nur ein tiefer gelegener Theil derselben ist verhindert, an der Entladung Theil zu nehmen, und kommt später nach und nach zum Vorschein; denn obschon die gegenseitige Anziehung zwischen diesen im Glase befindlichen Elektricitäten nicht aufgehört hat, kann man doch, ohne der Substanz des Glases eine abstossende Kraft beizulegen, das Hervortreten dadurch erklären, daß nach der Entladung die Gleichgewichtsverhältnisse ganz andere geworden seyen, namentlich der Druck der gleichartigen Elektricität auf der entsprechenden Belegung aufgehört habe.

Mit dieser Erklärungsweise ist aber zugleich unabweisbar die Annahme verbunden, daß das Potential der nach der Entladung im Glase verbliebenen Elektricität auf jeden Punkt im Inneren der isolirten Belegung gleich Null

sey. Um das einzusehen braucht man nur folgende Schlüsse zu beachten.

Die isolirte Belegung sey positiv geladen gewesen. Der Voraussetzung gemäß soll unter ihr im Glase eine Schicht positiver, auf der anderen Seite eine Schicht negativer Elektricität sich befinden. An der Entladung haben diese eingedrungenen Elektricitäten ganz oder theilweise keinen Antheil nehmen können, und ihre Bewegung im Isolator ist so langsam, daß sie für die kurze Dauer der Entladung als unbeweglich betrachtet werden. Trotz der Kürze der Entladungszeit hat sich aber, weil während dessen beide Belegungen mit der Erde leitend verbunden waren, doch ein Gleichgewichtszustand bilden müssen. Sollte also das Potential der im Glase verbliebenen Elektricitäten auf einen Punkt der vorher positiven Belegung nicht gleich Null seyn, d. h. sollten sich die Wirkungen dieser elektrischen Massen auf den fraglichen Punkt nicht aufheben, so müßte durchaus auf den die Elektricität leitenden Theilen des Körpersystems und zwar hier doch wohl auf den Belegungen noch irgend anderweitige Elektricität sich aufgehäuft haben, welche mit den im Glase befindlichen zusammen den Gleichgewichtszustand hervorbrächten. Fragen wir, von welcher Art diese, wie man sagt, gebundene Elektricität seyn werde, und denken wir dabei an die Franklin'sche Tafel, so leuchtet ein, daß auf der dem Glase zugewendeten Seite der Belegung, welche der positiven Schicht im Glase am nächsten ist und welche zuerst positiv geladen gewesen war, jetzt negative Elektricität sich befinden werde. Denn da auf dieser Belegung zuerst ein sogenannter Ueberschuß von Elektricität sich befand, kann doch wohl nicht angenommen werden, daß gerade hier weniger Elektricität in das Glas gedrungen sey, als auf der anderen Seite, und man wird deswegen glauben müssen, daß die Wirkung dieser positiven Schicht auf die ihr nahe stehende Belegung bedeutender seyn werde, als die der entfernteren negativen. Dieser ungleichen Wirkung kann nur begegnet werden, wenn man ein richtiges Quantum

negativer Elektricität auf der Innenseite von irgend einer der beiden Belegungen annehmen wollte. Da es indessen keinen Sinn hat, dieses Quantum, und zwar dann ein größeres, auf die Seite zu verlegen, wo im Glase die negative Schicht sich befindet, so kann es nur auf der andern Seite, also unter der vorher positiven Belegung, gedacht werden.

Nun aber leuchtet ein, daß, wenn dieser Zustand wirklich existirte, auf der wieder isolirten Seite nur ein Rückstand aufgesammelt werden könnte, welcher dem Unterschiede der in das Glas gedrungeenen positiven und der unter der Belegung gebundenen negativen Elektricität gleich wäre. Die Erfahrung zeigt aber, daß der gesammelte Rückstand desto näher gleich dem Verluste an disponibler Ladung ist, je weniger Elektricität an die Luft verloren gegangen ist, je kürzere Zeit man nämlich die Tafel geladen stehen ließe, so daß kein Zweifel seyn kann, daß diese beiden Größen genau gleich sind, wenn aller Elektricitätsverlust vermieden werden könnte.

Damit scheint bewiesen zu seyn, daß das Potential der bei der Entladung im Glase verbliebenen Elektricität in Beziehung auf das Innere der zu prüfenden Belegung wirklich gleich Null angenommen werden müsse, wie auch die Proportionalität zwischen der disponiblen Ladung und der Spannung am Knopfe der Flasche es von vorn herein zu fordern scheint.

Man bedenke ferner Folgendes:

1. Entladet man die Franklin'sche Tafel, dreht sie um und verbindet das Sinuselektrometer mit der Belegung, welche vorher mit der Erde verbunden gewesen war, während man die vorher positive isolirte Seite jetzt mit der Erde verbindet, so bekommt man einen Rückstand von negativer Elektricität.

2. Wenn eine Franklin'sche Tafel von genau gleichen Seiten auf diesen Seiten genau gleich mit entgegengesetzten Elektricitäten geladen wäre, so würden die in das Glas eingedrungeenen Mengen doch auch ganz gleich

in Beziehung auf Anordnung und Größe seyn. Bei einem solchen Zustande wäre doch ganz gewiß das mehrbesagte Potential nicht gleich Null. Wie wenig aber weicht bei einer dünnen Tafel von diesem Zustande derjenige ab, der entsteht, wenn die eine Belegung mit der Erde verbunden bleibt! Und soll man, wenn man das Factum 1. bedenkt, nicht glauben, daß man bei ganz gleich aber entgegengesetzt geladenen Seiten den Rückstand erhalten werde?

3. Weshalb giebt die dickere Franklin'sche Tafel bei gleicher Ladung der Belegungen den größeren Rückstand?

4. Weshalb wächst der Rückstand nicht immerfort, je länger die Flasche geladen steht, weshalb nähert er sich einem bestimmten mit der Größe der Ladung zusammenhängenden Maximum?

Das sind Punkte, welche bei einigem Ueberdenken gerechte Zweifel an der Richtigkeit der ganzen Hypothese von der in das Glas gedrungenen Elektricität aufkommen lassen und es jedenfalls erlauben, zu versuchen, eine andere Hypothese an die Stelle zu setzen, welche alle diese Fragen löst. Verlassen wir deswegen die ganze bisherige Vorstellungsweise und suchen uns etwas Neues.

#### 10.

Bei diesem Aufsuchen werden wir am besten thun, von dem Elektricitätsverlust an die Luft zunächst ganz abzu-  
sehen, der, wenn auch unvermeidlich, doch zufällig ist, und die Erscheinungen des Rückstandes in ihrer Reinheit aus den früher hingestellten Thatsachen uns zu abstrahiren, um daran Schlüsse zu knüpfen. Dann zeigt sich die Erscheinung folgendermaßen:

Der isolirten Belegung der Franklin'schen Tafel ist ein Quantum  $Q$  von Elektricität mitgetheilt, wobei sich ein bestimmter Gleichgewichtszustand gebildet hat. Dieser Gleichgewichtszustand verändert sich nun allmähig in der Art, daß ein Theil  $r$  von  $Q$  in einen neuen Zustand ge-

räth, in welchem er gar nicht mehr auf die elektroskopische Spannung wirkt, und dieser Theil  $r$  wächst, anfangs rasch, dann immer langsamer mehr und mehr einer bestimmten Gränze  $R$  zu, die er nur als asymptotisch erreicht. Dieses  $R$  ist für dieselbe Flasche ein ganz bestimmter Theil von  $Q$ , so daß wir haben  $R = pQ$ . Genau derselbe Theil  $r$  ist an der Entladung verhindert, fängt aber, sobald  $Q - r$  entladen ist, alsobald an, sich zum Theil in disponible Ladung zu verwandeln und die Verwandlung geht, immer langsamer werdend, dem Gränzzustande entgegen, wo abermals ein gewisser nicht zu entladender und elektroskopisch nicht wirkender Theil  $r' = pr$ .

Statt nun den Theil  $r$  der Ladung, den wir den verborgenen Rückstand genannt haben, uns wie bei der älteren Hypothese gewissermaßen in ein Gefängniß gesetzt zu denken, aus dem er nicht heraus kann, weder persönlich noch auch rücksichtlich seiner Wirkung, steht es uns offenbar frei, ihn uns noch immer auf der Unterseite der Belegung, oder was dasselbe ist, auf der Oberfläche des Glases zu denken, jedoch einem Einflusse unterworfen, welcher sich nach der Ladung der Tafel und zwar durch die Ladung der Tafel selbst gebildet hat. Dieser neue Einfluß muß, damit den Erscheinungen entsprochen werde, rücksichtlich seiner GröÙe nicht nur eine Function von  $Q$ , sondern auch eine Function der Zeit seyn. Denn er muß nach der Ladung der Flasche allmählig entstehen, bis zu einer von  $Q$  abhängigen Gränze wachsen und nach der Wegnahme der noch disponiblen Ladung erst allmählig sich vermindern.

Fragen wir uns, welches Etwas einen Einfluß ausüben könne auf die Elektricität, so können wir nach dem jetzigen Stande der Wissenschaft nur sagen, daß dieses Etwas selbst wieder Elektricität seyn müsse. Fragen wir, wo dasselbe seinen Sitz habe, so gebietet der Umstand, daß es fortbesteht, wenn beide Belegungen mit der Erde verbunden werden, die Annahme, daß sein Sitz im Isolator im Glase sich befinde. Fragen wir endlich, wie es mög-



lich sey, daß dieses Etwas, also diese im Glase befindliche Elektricität, unter der einen Belegung positive, unter der anderen negative Elektricität fessele, so zeigt eben dieses Factum von entgegengesetzter Wirkung nach entgegengesetzten Seiten, daß das Glas in einen polaren Zustand gerathen, und denken wir endlich, um uns klarer zu werden, an ähnliche Zustände, also z. B. an das *magnetische Moment*, wie Gauss es in seiner »*Intensitas* etc.« hingestellt hat, so geht sogleich die unbestimmte Bedeutung in eine ganz bestimmte über.

Die Definition vom magnetischen Momente, wie sie von Gauss in seiner berühmten Schrift auf der 13. Seite unter der Voraussetzung magnetischer Fluida festgestellt ist, kann ohne weiteres wörtlich auf die elektrischen Fluida eines jeden Körpers übertragen werden, so daß man das so definirte elektrische Moment den Erklärungen der meisten elektrischen Erscheinungen zum Grunde legen könnte. Offenbar aber würde man dadurch unnöthiger Weise einen neuen Ausdruck für das einführen, was unter dem Worte *elektromotorische Kraft* oder auch *Potential* schon seinen Namen in der Wissenschaft erhalten hat. Namentlich würde dieser Ausdruck für Conductoren oder Leiter nicht gut passen, bei denen das elektrische Moment durch jeden äußeren Einfluß verändert wird, während man mit dem magnetischen Momente eines Magneten die Vorstellung verbindet, daß dasselbe stabil, wenigstens innerhalb ziemlicher Gränzen, der Hauptsache nach von äußeren Einflüssen unabhängig sey. Für den Zustand und die Wirkungsweise eines Körpers aber, in dessen Innerem die elektrischen Fluida ungleich vertheilt sind und sich gar nicht oder doch nur äußerst langsam bewegen können, haben wir, weil dieser Zustand ein hypothetischer ist, noch kein besonderes Wort und da mag es nicht unpassend erscheinen, das Wort »*elektrisches Moment*« einzuführen.

Denken wir uns, daß es möglich wäre, daß durch irgend einen Grund die neutrale Elektricität im Innern eines Isolators so geschieden würde, daß

a) unter der Oberfläche auf der einen Seite eine Schicht positiver, auf der entgegengesetzten eine Schicht negativer Elektricität sich bildete, oder dafs

b) eine Reihe solcher abwechselnder paralleler Schichten hintereinander läge, oder dafs

c) bei allen einzelnen kleinsten Theilchen die Scheidung in derselben Richtung erfolgt wäre, ohne dafs die Elektricitäten von einem Theilchen auf ein anderes übergehen könnten, und nähmen wir nun an, dafs ein solcher Zustand auch nach dem Aufhören der Ursache, welche im Innern eine der besagten Trennungen der Elektricitäten hervorgebracht hat, noch fort dauere; so würde ein solcher Isolator auf einen ausserhalb gelegenen Punkt eine Wirkung, d. h. eine elektromotorische Kraft, ausüben können.

d) Auch ein vierter Zustand ist gedenkbar, dafs nämlich an jedem einzelnen Theilchen des Glases die Elektricitäten von Natur schon geschieden seyen, für gewöhnlich aber darum eben so wenig nach aussen wirken, wie die Molecularströme beim weichen Eisen, weil ihr eigener Gleichgewichtszustand eine solche Wirkung nicht erlaubt, dafs aber durch irgend einen Einflufs die einzelnen Theilchen mit den fest an ihnen haftenden Elektricitäten in demselben Sinne mehr oder weniger gedreht werden, so dafs auch in diesem Falle die Summe aller Entfernungen der positiven Theilchen von irgend einer Ebene eine andere ist, als die Summe aller Entfernungen der negativen. In Beziehung auf irgend eine Ebene wird unter Umständen der Unterschied dieser Summe am grössten seyn können, und in Beziehung auf diese Ebene, oder auf die zu ihr gehörige Normale wird dann das elektrische Moment des Körpers ein Maximum, so dafs man diese Normale die elektrische Axe nennen könnte.

Wenn z. B. eine Glasplatte mit ihren Hauptflächen  $g$  und  $h$  symmetrisch zwischen zwei mit entgegengesetzter Elektricität geladene parallele Flächen, z. B. Metallbleche, gestellt würde, welche beziehungsweise  $G$  und  $H$  heissen sollen, so könnte man sich denken, dafs einer der genannten

vier Zustände *a*, *b*, *c* oder *d* allmählig in ihr erzeugt würde. Durch die elektromotorische Kraft dieser Bleche auf das Innere des Glases könnten hier die natürlichen Elektricitäten getrennt werden, so daß, wenn *G* positiv ist, jetzt die negativen Theilchen im Allgemeinen dem *G* näher liegen als die positiven. Werden dann die Bleche weggenommen, von denen, wie wir zunächst annehmen wollen, daß keine Elektricität unmittelbar auf die Glasflächen übergegangen sey, und dauert dann dieser Zustand im Glase noch fort, so besitzt das Glas ein elektrisches Moment, dessen Axe, wenn wir die Richtung der größten Wirkung so nennen wollen, normal auf den Oberflächen *g* und *h* des Glases liegt, und welches auf einen Punkt außerhalb dieser Flächen nun selbständig eine elektromotorische Kraft ausübt in der Art, daß auf der Seite *g*, wo vorher das positive Blech *G* gestanden hat, ein jetzt von Außen genähertes positives Elektricitätstheilchen angezogen, ein negatives abgestoßen wird, auf der Seite *h* umgekehrt. Stellen wir also das inmittelst entladene Blech *G* wieder an seinen Ort, so kann das Potential der im Glase befindlichen Elektricitäten in Beziehung auf einen Punkt im Innern des Bleches nicht Null seyn, sondern seine Elektricitäten müssen geschieden werden, so daß positive zur Herstellung des Gleichgewichtes so lange auf die dem Glase zugewendete Seite tritt, die entsprechende negative aber, wenn das Blech nicht isolirt ist, so lange abfließt, bis das Potential der gesamten Elektricität in Beziehung auf das Innere des Bleches gleich Null geworden ist. Damit ist dann auf diesem Bleche *G* ein Quantum positiver Elektricität in einer ganz bestimmten Weise der Anordnung, wie man sagt, gebunden. Hätten wir statt dessen auf die andere Seite das ebenfalls entladene und mit der Erde verbundene Metallblech *H* gestellt, so würde genau der entgegengesetzte Zustand sich hier gebildet haben, d. h. auf *H* wäre negative Elektricität gebunden. Haben wir aber zuerst *G* in der angegebenen Weise hingestellt, so daß auf ihm die zum Gleichgewichtszustande nöthige Vertheilungsweise sich

gebildet hat, so kann das Gleichgewicht nicht mehr eben so bestehen, wenn wir jetzt auch *H* wieder an seinen alten Platz hinstellen, denn zu der Wirkung der Glasplatte *G* kommt nun die gleichartige Wirkung der auf *H* sich aufhäufenden negativen Elektricität hinzu, so daß nun offenbar, wenn *G* und *H* abgeleitet sind, auf den dem Glase zugewendeten Seiten von ihnen mehr Elektricität aufgehäuft seyn muß, damit das Potential der gesammten Elektricität in Beziehung auf jeden Punkt im Innern der Metallbleche gleich Null sey, als der Fall seyn würde, wenn jedes der Bleche einzeln neben dem Glase stände.

In dem Ganzen wird offenbar nichts geändert, wenn wir die Bleche bis zur Berührung an das Glas bringen und so haben wir eine Franklin'sche Tafel, welche geladen ist, ohne entladen werden zu können. Der Zug des elektrischen Momentes im Glase vertritt gleichsam den Druck der freien Elektricitäten auf den Außenflächen der Belegung bei gewöhnlicher Ladung, welche freie Elektricität die Entladung der Tafel bedingt. Wenn hierbei auch nicht gesagt seyn soll, daß die Vertheilungsweise der Elektricitäten auf den Belegungen einer durch ein elektrisches Moment des Glases geladenen Tafel dieselbe sey, wie bei der gewöhnlich geladenen Tafel, so muß doch einleuchten, daß irgend eine solche Vertheilungsweise möglich sey, welche Gleichgewicht bedingt.

Isoliren wir jetzt die eine der Belegungen und führen hier von derselben Elektricitätsart, welche auf ihr sich schon befindet, ein neues Quantum hinzu, so daß auf der anderen Seite ein entsprechendes Quantum der entgegengesetzten Art gebunden wird, so werden diese neue Elektricitäten sich so vertheilen, als ob die Tafel ganz ungeladen wäre. Es tritt hier der statische Grundsatz ein, daß, wenn ein System von Kräften im Gleichgewichte ist, dieses noch bestehen wird, wenn ein anderes System von Kräften, das für sich im Gleichgewicht ist, jenem hinzugefügt wird. Es wird also die Spannung an irgend einem Punkte der isolirten Belegung proportional seyn der neu

mitgetheilten Elektricitätsmenge und nur diese wird zu einer Entladung disponibel erscheinen.

Nun braucht man die Reihenfolge der Gedanken nur umzukehren und man sieht, daß in dem Gesagten die Erscheinungen des elektrischen Rückstandes enthalten sind.

Im Anfange sey Alles an der Franklin'schen Tafel unelektrisch. Dann werde sie auf der isolirten Seite geladen mit einem positiven Quantum  $Q$ , wodurch auf beiden Seiten eine gewisse Vertheilungsweise entsteht. Jetzt bildet sich allmählig im Glase ein elektrisches Moment, welches in seiner Rückwirkung eine neue Vertheilungsweise hervorbringt, in der Art, daß es  $Q$  in zwei Theile theilt, welche, zwei verschiedenen Gleichgewichtssystemen angehörend, über einander gelagert sind. Diejenige Menge  $r$ , welche unter der isolirten Belegung vorhanden seyn muß, damit sie der neu hinzugekommenen Wirkung des elektrischen Momentes das Gleichgewicht hält, ist dem  $Q$  in der Art entzogen worden, daß sich nur noch das Quantum  $Q - r = L$  in der anfänglichen Weise als disponible Ladung über die Belegung vertheilt und überhaupt entladen läßt.

Wir setzen irgend einen alsbald zu besprechenden Grund voraus, weshalb sich das elektrische Moment nur langsam bildet und nur ein von der Elektricitätsmenge  $Q$  abhängiges Maximum erreichen kann, bei welchem dann  $r = pQ$ . So viel ist aber sogleich klar, daß wir in unsere Vorstellung von der Sache aufnehmen müssen, daß nicht bloß der disponible Theil  $L$  der Ladung auf die Weiterbildung des elektrischen Momentes wirke, sondern die elektromotorische Kraft der ganzen auf den Glasflächen befindlichen Elektricitätsmenge  $Q$  oder  $L + r$ , denn es ist gar kein Grund vorhanden, weshalb in dieser Beziehung ein Theil der Ladung unwirksam seyn sollte. Denselben Grund, welcher die langsame Entstehung des Momentes bedingt, legen wir auch einem langsamen Verschwinden unter.

So erklärt sich dann sehr einfach, wie nach der Ent-

ladung der Tafel der verborgene Rückstand  $r$  sich so lange wieder in disponible Ladung umsetzt, bis der von ihm noch verbleibende Theil  $r'$  sein Maximum  $pr$  bekommen hat. Ebenso erklärt sich, wie dann, wenn plötzlich ein Theil der Ladung genommen wird, je nach dem Verhältniß des schon gebildeten Rückstandes zu der noch gebliebenen Elektrizitätsmenge die disponible Ladung entweder langsamer sinkt als zuvor, oder steht, oder wächst.

Wir haben bisher vom Elektricitätsverluste abstrahirt. In der Wirklichkeit, wo ein solcher immer eintritt, kann natürlich der Rückstand kein festes Maximum erreichen, sondern es hängt nun der nach der Zeit  $t$  gebildete Zustand der Tafel ganz von dem Verhältnisse der Geschwindigkeiten ab, mit welchen der Rückstand erzeugt und Elektrizität an die Luft verloren wird. Aus diesem Gesichtspunkte lassen sich alle Erscheinungen erklären, doch gewinnen die Erklärungen erst einen festen Boden, wenn das Gesetz der Rückstandcurve im §. 11 abgeleitet seyn wird.

Es ist noch übrig, den Grund zu besprechen, welcher im Glase gewissermaßen ein Widerstreben dagegen erzeugt, sich dem Einflusse der außen befindlichen Elektrizitäten, also der Bildung des elektrischen Momentes zu fügen. Gerathen wir dabei noch tiefer in das Gebiet der Hypothesen, was gewagt erscheint, wenn man bedenkt, daß wir weder über die eigentliche Natur der Elektrizität noch über die Gesetze der Molecularkräfte etwas wissen, so dürfte ein solcher Versuch doch erlaubt erscheinen, sobald wir nur an ganz bestimmte Begriffe uns halten und aus den Betrachtungen ein Resultat gewinnen.

Nun kann man über die langsame Bildung des Rückstandes, oder des ihm zum Grunde liegenden elektrischen Momentes zwei wesentlich von einander verschiedene Annahmen machen:

1. Die Elektrizität geht wirklich von einem Glastheilchen zum andern über, ohne jedoch die Oberflächen des Glases zum Zwecke einer Vereinigung mit den dort be-

findlichen entgegengesetzten Elektricitäten durchbrechen zu können, so daß ein Zustand gebildet wird, gerade entgegengesetzt dem, wie er beim Eindringen der Elektricitäten von außen in das Glas angenommen wurde. Nach der Entladung vereinigen sich die im Glase geschiedenen Elektricitäten auf demselben Wege, auf dem sie geschieden wurden. Dann kann man die Langsamkeit der Bewegung auf die außerordentlich beschwerliche Wanderung im Innern des schlechten Leiters, ganz nach Analogie des Leitungswiderstandes schieben, den Gränzwert des Momentes aber dem Umstande zuschreiben, daß sich endlich innerhalb des Glases und auf den Belegungen eine solche Vertheilungsweise gebildet habe, daß das Potential der gesammten Elektricität in Beziehung auf jeden Punkt im Innern des Glases constant sey. Ob die Möglichkeit einer solchen Vertheilungsweise nachgewiesen werden könne, muß dahingestellt bleiben. Daß bei dieser Hypothese in die Oberfläche eine ganz besondere Kraft der Elektricität gegenüber gelegt wird, erscheint sonderbar, aber man würde es sich gefallen lassen, wenn sonst Alles gut paßte, denn die Oberfläche ist einmal etwas ganz anderes als das Innere. Den Umstand aber, daß die dicke Glasplatte einen größeren Rückstand liefert als die dünne, wird man schwerlich aus dieser Vorstellungsweise ableiten können. Sehen wir deshalb die zweite.

2. Die Elektricität geht nicht von einem Glastheilchen auf das andere über, sondern scheidet sich entweder nur, nach Analogie des alten Magneten, an jedem einzelnen Theilchen, oder war an diesen Theilchen schon geschieden und die Theilchen werden mit den fest an ihnen haftenden Elektricitäten gedreht. Bei der ersteren Annahme muß man den einzelnen Glastheilchen eine Kraft zuschreiben, welche die Scheidung und die damit verknüpfte Bewegung nur allmählig zu Stande kommen läßt, und sich ihr immer mehr widersetzt, je weiter sie getrieben wird, so daß daher der Gränzwert des Rückstandes rührt. Obschon auch in diesem Falle die Molecularkräfte die Rolle des Wider-



standes übernehmen könnten, in so fern man mit der Scheidung der Elektricitäten zugleich eine Verschiebung der Atome verbunden denken wollte, so leuchtet doch ein, daß eine solche Erklärungsweise der langsamen Aenderung des Zustandes und des Maximums sich viel natürlicher mit der letzteren Annahme verbindet, daß die Atome gedreht werden, dieser Drehung aber die Molecularkräfte, ähnlich wie bei Biegungen, Torsionen u. s. w. entgegenwirken. Und betrachten wir die Erscheinungen der Elasticität in ihrem ganzen Umfange, so finden wir alsbald einen Umstand, welcher mit dem hier besprochenen die größte Aehnlichkeit hat und in seiner Art einzig dasteht. Es ist das die sogenannte elastische Nachwirkung, welche wir von W. Weber <sup>1)</sup> durch seine Untersuchungen am Seidenfaden (die einzige gründliche Arbeit, welche über diesen Gegenstand existirt), kennen gelernt haben. Diese elastische Nachwirkung kommt wahrscheinlich allen Körpern zu, gewiß wenigstens auch dem Glase <sup>2)</sup>. Das Charakteristische der Erscheinung kann so hingestellt werden:

Wird die Gestalt eines Körpers durch Einwirkung einer äußeren Kraft geändert, ohne daß jedoch die Grenzen der vollkommenen Elasticität überschritten werden, so wird der neue Gleichgewichtszustand innerhalb des Körpers und damit auch die Gestaltsveränderung erst mit der Zeit, eigentlich asymptotisch nach unendlich langer Zeit, erreicht. Im Anfange ist die Aenderung rasch, nachher wird sie sehr langsam. Die nachfolgende langsame Aenderung hat man mit dem Ausdrücke »elastische Nachwirkung« bezeichnet; doch ist dieselbe, wie auch W. Weber sagt, durch keine natürliche Gränze von der raschen Aenderung geschieden, denn die Geschwindigkeit der Gestaltsänderung nimmt nirgends sprungweise ab. Hört die äußere Einwirkung auf, durch welche die Gestalt geändert ist, so durchläuft der Körper rückwärts dieselbe Reihe von Gestalten, nur mit umgekehrter Geschwindig-

1) *De fili bombycini et elastica*. Göttingae, 1841.

2) Diese Annalen Bd. 72, S. 393.

keit, und erreicht die alte Gestalt vollkommen erst nach längerer (unendlich langer) Zeit. Bei diesen wunderbaren Erscheinungen, wo die Geschwindigkeit der bewegten Massen in gar keinem Verhältnisse zu der bewegenden Kraft steht, ist es, um ein Bild zu gebrauchen, als wenn der Widerstand in jedem Augenblicke freilich dem Angriffe gewachsen wäre, durch die Dauer desselben aber ermüdete, so daß er geradezu allmählig erlahmte.

Stellen wir bei einer graphischen Darstellung die Zeit von dem Augenblicke an gerechnet, wo die äußere Einwirkung beginnt, als Abscisse, die Größe der Gestaltsänderung als Ordinate vor, so werden den verschiedenen Körpern verschieden gestaltete Curven entsprechen. Während beim Stahl die Curve fast senkrecht aufsteigend und dann fast rechtwinklich mit beinahe scharfer Ecke umgebogen erscheinen wird, sehen wir die Weber'schen Curven für den Seidenfaden schon viel langsamer und schräger zu ihrer Asymptote sich erheben, und denken wir an die Eigenschaften eines gelben Wachstockes, dessen Lichter am Weihnachtsbaume immer wieder krumm werden, so ist kein Zweifel, daß dabei die besagte Curve nur eine mäßige Krümmung erfahre und nur ganz kurze Zeit eine steilere Lage besitze. Hiernach liegt in der Gestalt der Rückstandcurve Taf. II, Fig. 2, *R* welche sich in der Flasche *b* erzeugen würde, wenn kein Elektrizitätsverlust stattfände, kein Hinderniß, die Molecularkräfte des Glases als die Ursache der langsamen Bildung des Rückstandes und dessen Gränzwertes zu betrachten, indem sie in diesem Falle wie bei der Elasticität irgend welchen Aenderungen im Gleichgewichtszustande eine nur langsame Realisirung verstaten.

Obschon zugestanden werden muß, daß dieser Erklärungsweise durch eine mechanische Gegenkraft im Glase am Ende nur eine Analogie zum Grunde liegt, so halten wir uns doch vorzugsweise gern an diese Vorstellungsweise, weil es so schwer fällt, für die eigenthümliche Erscheinung

scheinung der gegen die wirkenden Kräfte so langsamen Bewegung ein anderes Analogon aufzutreiben.

Bei dieser Art, das elektrische Moment des Glases sich vorzustellen, wo also im ganzen Innern desselben an jedem einzelnen Theilchen die Elektricitäten in eine andere Lage gebracht sind, erklärt sich nun auch, weshalb die dickere Tafel einen gröfseren Rückstand liefert. Wir müssen indessen, um das einzusehen, abermals eine kleine Digression machen.

Die Frage ist eigentlich folgende: Wir haben zwei isolirte dünne Metallplatten, welche, gleich stark mit den entgegengesetzten Elektricitäten geladen, parallel sich gegenüber stehen, jedoch in einer Entfernung, welche sehr gering ist gegen ihre eigenen Dimensionen. Wird die Wirkung dieser Platten auf die Punkte zwischen ihnen sehr abnehmen, wenn wir sie in eine grössere, z. B. in die doppelte, aber gegen ihre Dimensionen noch immer sehr kleine Entfernung bringen?

Hier, wo eine strikte Rechnung nicht zulässig scheint, sollen zur Beantwortung dieser Frage nur einige Andeutungen stehen.

Eine Kreisfläche vom Radius  $R$  werde mit Elektricität von überall gleicher Dichtigkeit geladen gedacht, so dafs auf der Flächeneinheit die Menge  $e$  sich befindet. In der im Mittelpunkte errichteten Normalen sey in der Entfernung  $a$  von der Ebene die Elektricitätsmenge  $e'$  und es werde die Wirkung, d. h. die elektromotorische Kraft der gesammten Elektricität der Kreisfläche auf diesen Punkt in der Richtung der Normalen gesucht.

Ein Flächen-Element, welches vom Mittelpunkt um  $r$  entfernt ist und mit irgend einem fest angenommenen Radius den Centriwinkel  $\varphi$  bildet, kann ausgedrückt werden durch  $r dr d\varphi$  und die Wirkung desselben auf  $e'$  ohne Berücksichtigung des Zeichens ist

$$\frac{ee' a r dr d\varphi}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Integriert man zwischen den Gränzen  $\varphi = 0$  und  $\varphi = 2\pi$

und darauf zwischen den Gränzen  $r = 0$  und  $r = R$ , so erhält man

$$2ee'a\pi\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + R^2}}\right).$$

Setzen wir  $R = \infty$  so ergibt sich der vorauszusehende Satz, daß die gleichförmig mit Elektricität geladene unendliche Ebene ein elektrisches Theilchen  $e'$  auferhalb dieser Ebene in jeder (endlichen) Entfernung mit derselben Kraft  $2\pi ee'$  anzieht oder abstößt.

Setzen wir  $R$  nicht unendlich, und  $a = mR$ , so geht die Formel über in

$$2ee'\pi \frac{\sqrt{m+1} - m}{\sqrt{m+1}}.$$

Um zu übersehen, welchen Einfluß dann die Entfernung des Punktes von der Kreisebene habe, wählen wir für  $m$  die Zahlenwerthe 0,1 und 0,01. Dann ergeben sich für die elektrische Wirkung die Zahlen

$$2ee'\pi \cdot 0,9046 \text{ und } 2ee'\pi \cdot 0,9901.$$

Wir sehen also, daß bei überhaupt gegen den Radius noch kleinen Entfernungen die Wirkung von der Entfernung fast unabhängig, nämlich in der 10fachen Entfernung nur um  $\frac{1}{10}$  geringer ist als in der einfachen.

Umgekehrt können wir schliessen, daß die auf  $e'$  ausgeübte Wirkung der Hauptsache nach überhaupt nur von den nahe gelegenen Theilen der Ebene ausgeht. Lassen wir z. B.  $a$  ungeändert und setzen  $R$  das eine Mal gleich  $10a$ , das andere Mal  $100a$ , so bekommen wir für die zweite Wirkung ebenfalls kaum  $\frac{1}{10}$  mehr als für die erste.

Durch diese Zahlenverhältnisse wird klar, daß, wenn die Elektricitäten auf den Belegungen einer Franklin'schen Tafel gleichförmig vertheilt wären und nun, während ihre Quantität unverändert bleibt, die Glasdicke wüchse, auch das elektrische Moment wachsen müßte, weil jetzt auf mehr Glastheilchen gewirkt würde. Nun ist wirklich über einen großen Theil der Franklin'schen Tafel die Elektricität fast gleichförmig verbreitet und wo sie das nicht

ist, nämlich nach dem Rande zu, wird man doch die Hauptwirkung auf die Punkte im Glase den benachbarten Stellen der Belegungen zuschreiben und die vorhin gemachten Schlüsse annähernd gelten lassen müssen<sup>1)</sup>. Daraus erkennen wir nicht nur, daß dem dickeren Glase bei gleicher Quantität der Ladung ein größeres elektrisches Moment zukommt als dem dünneren, sondern sogar, daß an den verschiedenen Stellen die Wirkung auf das Glas eine verschiedene seyn wird, so daß die Art, wie der durch das elektrische Moment hervorgebrachte verborgene Rückstand sich lagert, nicht so gar verschieden seyn kann von der Anordnung der Elektricität, wie sie auf der Unterseite der Belegung von der disponiblen Ladung hervorgebracht wird.

Das was wir hier von der Franklin'schen Tafel gesagt haben, läßt sich aber seinem Wesen nach auf die gewöhnlichen Leidener Flaschen übertragen, wenn auch von der Gestalt herrührende Modificationen dabei nicht ausbleiben, und so scheint es, als ob das elektrische Moment, namentlich unter der Voraussetzung, daß die Veränderung im Glase sich nur auf seine einzelnen Theilchen erstreckt, die Erscheinungen vollständig erkläre.

## 11.

Jetzt wollen wir versuchen, aus den im vorigen §. gebildeten Begriffen eine Gleichung für die Rückstands-Curve zu construiren.

- 1) Es darf das, was wir hier betrachten, nicht verwechselt werden mit dem Umstande, daß, je dünner das Glas ist, desto stärker die Franklin'sche Tafel von derselben constanten Elektricitätsquelle geladen wird. Hierbei, wie beim Condensator, gilt allerdings der Satz, daß, wenn die Entfernungen der Platten gegen ihre Größe sehr klein sind, ihre Ladungen sich fast umgekehrt verhalten wie ihre Entfernungen, ein Resultat, welches mit Clausius's Rechnung (diese Ann. Bd. 86, S. 198, X) in seiner verdienstvollen Abhandlung »über die Anordnung der Elektricität auf einer einzelnen sehr dünnen Platte und auf den beiden Belegungen einer Franklin'schen Tafel«, sehr schön übereinstimmt. Das, was wir oben betrachteten, ist eine ganz andere Frage als die, wie viel Elektricität bei verschiedenen Entfernungen auf den Platten sich befinden müsse, damit ihr Potential in Beziehung auf das Innere derselben überall genau dasselbe sey.

Die plötzlich der Flasche mitgetheilte Ladung  $Q_0$  erzeugt ein elektrisches Moment  $m$ , welches mit der Zeit wächst und, zur Herstellung des Gleichgewichtes zwischen der Wirkung der Ladung  $Q_0$  und einer im Glase entstandenen Gegenwirkung, einem Gränzwerthe  $M$  entgegengeht, welcher dem  $Q_0$  proportional ist. Soll das elektrische Moment in eine Rechnung gezogen werden, so handelt es sich um eine Einheit, nach welcher wir es messen. Wir wollen dasjenige Moment mit 1 bezeichnen, welches einen Rückstand gleich 1 fesselt, während letzterer eine Quantität von Elektrizität bezeichnet, und zwar dieselbe, nach welcher  $Q_0$  gemessen ist. Da nun das Moment dem Rückstande proportional angenommen werden kann, so werden wir statt des Momentes ohne weiteres seine Wirkung, nämlich den Rückstand setzen dürfen, und sagen, daß die anfängliche Ladung  $Q_0$  in der Zeit  $t$  den Rückstand  $r$ , erzeugt, welcher zur Herstellung des Gleichgewichtes bis  $R$  wachsen muß, so daß dann

$$R = p Q_0,$$

wobei  $p$  eine Constante bedeutet.

Wenn aber die anfängliche Ladung  $Q_0$  durch die Luft beständig einen Verlust erleidet, so daß sie nach der Zeit  $t$  nur noch  $Q$  beträgt, so wird zur Zeit  $t$  der ideale Gleichgewichtszustand, welchem das Glas entgegenstrebt, nicht mehr den Rückstand  $p Q_0$  bedingen, sondern nur den Rückstand  $p Q$ . Hat sich bis dahin ein wirklicher verborgener Rückstand  $r$ , gebildet, so ist also  $p Q - r$ , der Abstand vom Gleichgewichtszustande.

Dieser Abstand wird nun immer geringer, weshalb sein Differential negativ zu setzen ist, und die Geschwindigkeit in der Aenderung desselben, nämlich

$$\frac{d(p Q - r)}{dt},$$

ist offenbar desto größer, je größer der Abstand noch ist, und könnte irgend einer Function desselben proportional gesetzt werden.

Versucht man zu schreiben

$$\frac{d(p Q_i - r_i)}{dt} = -b(p Q_i - r_i)^2,$$

so findet man nach der Integration, daß sich die Constanten, von denen  $p$  einen aus der Beobachtung leicht erkennbaren nicht sehr weiten Spielraum hat, nicht so bestimmen lassen, daß den Beobachtungen hinreichend Genüge geschieht.

Es ist aber auch die Geschwindigkeit in der Aenderung des Abstandes vom Gleichgewichtszustande in der That nicht bloß eine Function dieses Abstandes, wie man aus folgendem Factum sieht, dessen Erwähnung bis auf diese Stelle aufgespart wurde.

Erzeugt man durch eine starke Ladung in ganz kurzer Zeit einen Rückstand  $r$ , ein anderes Mal durch eine schwache in langer Zeit denselben Rückstand  $r$ , so wird doch in beiden Fällen beim Entladen der Flasche derselbe Abstand vom Gleichgewichtszustande vorhanden seyn. Trotz dem verwandelt sich der in kurzer Zeit von starker Ladung hervorgebrachte Rückstand in kurzer Zeit in disponible Ladung, während der andere nur langsam zum Vorschein kommt. Man sieht also, daß die besagte Geschwindigkeit der Aenderung nicht allein davon abhängt, wie groß der Abstand vom Gleichgewichtszustand ist, sondern auch von der Zeit, während welcher der Zwang gedauert hat. Bei der Elasticität werden durch die Nachwirkung sich vielleicht ganz ähnliche Erscheinungen zeigen, wenn man die geeigneten Körper untersucht. Biegt man einen hölzernen Stab kurze Zeit stärker oder sehr lange Zeit wenig, so ist es gedenkbar, daß er, losgelassen, in beiden Fällen eine gleiche Abweichung von seiner vorigen Gestalt zeigt; die Zeit, welche dann nöthig ist, damit er sie vollständig wieder gewinnt, wird aber vielleicht sehr verschieden seyn <sup>1)</sup>.

- 1) Es darf hier nicht verschwiegen werden, daß VV. Weber in seiner Untersuchung über die elastische Kraft des Seidenfadens die Curven der elastischen Nachwirkung durch eine Gleichung berechnet hat, welche der obigen ganz analog gebildet ist, und eine besondere Function der



Wir setzen deshalb auf die rechte Seite der Differentialgleichung noch eine Potenz  $t^m$  der Zeit, und haben dann, weil sich herausstellt, daß der Exponent  $n$  auf dieser Seite nothwendig gleich 1 seyn muß<sup>1)</sup>,

$$\text{I. } \frac{d(pQ_t - r_t)}{dt} = -bt^m(pQ_t - r_t).$$

Integriren wir zwischen den Gränzen  $t=0$  und  $t=t$ , so erhalten wir, weil für  $t=0$  auch  $r_t=0$  und  $Q_t=Q_0$  ist,

$$\text{II. } \log \frac{pQ_t - r_t}{pQ_0} = -\frac{b}{m+1} t^{m+1}$$

und

$$\text{III. } r_t = p \left( Q_0 - Q_t e^{-\frac{b}{m+1} t^{m+1}} \right).$$

Dies wäre also die Gleichung, welche, wenn die Voraussetzungen richtig sind, aus denen sie hervorgegangen, bei passender Wahl der Constanten  $p$ ,  $b$  und  $m$  Rückstände muß berechnen lassen, welche mit den beobachteten, wie sie im §. 4, Tab.  $a''$ ,  $b''$  und  $c''$  aufgezeichnet sind, eine hinreichende Uebereinstimmung zeigen.

Es ist nun nicht schwer, sich Näherungswerthe für diese Constanten zu verschaffen, namentlich zunächst für  $p$ . Hat nämlich der Versuch schon längere Zeit gedauert, so wird der Gleichgewichtszustand nahezu erreicht, d. h. der Rückstand nicht mehr weit von der Gränze entfernt seyn,

Zeit nicht enthält. Dafs, was oben  $pQ_t - r_t$  genannt ist, bezeichnet er blofs durch  $x$  und hat danach

$$dx = -bx^m dt.$$

Ein Versuch, die Curven aus der Gleichung

$$dx = -bx^m dt$$

zu berechnen, gab mir nicht so gute Resultate; doch wäre es möglich, daß diese sich besserten, wenn die Constanten auf andere Weise bestimmt würden. Vor Wiederholung der Rechnung wage ich nicht darüber zu entscheiden.

1) Es führt zu weit, das hier aneinander zu setzen, denn es interessirt uns ja nicht, zu wissen, welche Gleichungen nicht passen.

welche er bei der noch vorhandenen Ladung erreichen kann. Dann wird also schon fast

$$r_i = p Q_i$$

und  $p$  nur wenig größer als  $\frac{r_i}{Q_i}$  seyn. So liefert z. B. die letzte Aufzeichnung in der Tab.  $b''$

$$\frac{r_i}{Q_i} = \frac{0,4888}{1,0154}$$

und wir können ziemlich sicher seyn, daß wir nicht gar viel irren, wenn wir  $p = 0,5$  setzen. Nun ergibt die Gleichung II, daß wenn  $t'$  und  $t''$  zwei der beobachteten Zeiten sind und die zugehörigen  $Q_i$  und  $r_i$  mit denselben Accenten geschrieben werden, dann

$$m = \frac{\log \left\{ \frac{\log \left( \frac{p Q_{t'} - r_{t'}}{p Q_0} \right)}{\log \left( \frac{p Q_{t''} - r_{t''}}{p Q_0} \right)} \right\}}{\log t' - \log t''} - 1$$

und

$b = - \frac{m+1}{t^{m+1}} \log. \text{nat} \left( \frac{p Q_i - r_i}{p Q_0} \right)$  seyn werde, so daß also aus zwei passend gewählten Beobachtungen diese Größen unmittelbar sich annäherungsweise ergeben.

Mit diesen gewonnenen genäherten Werthen der Constanten  $p$ ,  $b$  und  $m$  berechnet man sich die einzelnen  $r_i$ , welche dann schon ziemlich genau mit den beobachteten übereinstimmen werden, und bestimmt die Correction der Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Auf diese Art erhält man aus den Beobachtungen der Tab.  $a''$  die Werthe

$$p = 0,4289; b = 0,0397; m = -0,5744.$$

Untersucht man die Werthe derselben Constanten für die Tab.  $b''$  und  $c''$ , so bemerkt man bald, daß die Constante  $m$ , also die in die Gleichung eingeführte Function der Zeit für die drei beobachteten Curven, welche sich auf eine gewöhnliche cylindrische Flasche mit Staaniolbe-

legungen, eine mit Quecksilber gefüllte Flasche mit engem Halse und eine Franklin'sche Tafel beziehen, so geringe Verschiedenheiten zeigt, daß es offenbar eine für alle diese Ladungsapparate gemeinsame Zahl ist. Bestimmen wir also für den obigen Werth von  $m$  die beiden anderen Constanten, welche zu den Beobachtungen der Tabellen  $b''$  und  $c''$  gehören, so bekommen wir für die Berechnung der Rückstände, wie sie in den drei Tabellen  $a''$ ,  $b''$  und  $c''$  verzeichnet sind, die drei Gleichungen

$$r_1 = 0,4289 \left[ Q_1 - Q_0 e^{-\frac{0,0397}{0,4255} \cdot t} \cdot 0,4255 \right],$$

$$r_2 = 0,5794 \left[ Q_2 - Q_0 e^{-\frac{0,02237}{0,4255} \cdot t} \cdot 0,4255 \right],$$

$$r_3 = 0,2562 \left[ Q_3 - Q_0 e^{-\frac{0,0446}{0,4255} \cdot t} \cdot 0,4255 \right],$$

in denen für  $Q$ , die den Zeiten  $t$  entsprechenden Werthe aus den Tabellen zu entnehmen sind. In den folgenden Tabellen  $a'''$ ,  $b'''$  und  $c'''$  sieht man die so berechneten  $r$ , mit den beobachteten verglichen.

Tab. $a''$ .			Tab. $b''$ .			Tab. $c''$ .		
$t$	$r_t$ berech- net	$r_t$ beob- achtet	$t$	$r_t$ berech- net	$r_t$ beob- achtet	$t$	$r_t$ berech- net	$r_t$ beob- achtet
0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0,0556	0,0596	5	0,0872	0,0839	6	0,0285	0,0288
50	0,0782	0,0813	24	0,1619	0,1707	43	0,0567	0,0567
110	0,0988	0,0981	59	0,2180	0,2234	71	0,0661	0,0661
160	0,1090	0,1084	91	0,2544	0,2571	133	0,0783	0,0781
215	0,1169	0,1153	114	0,2738	0,2727	193	0,0855	0,0849
265	0,1224	0,1214	144	0,2949	0,2924	256	0,0907	0,0925
330	0,1278	0,1263	188	0,3199	0,3137	328	0,0971	0,0954
382	0,1313	0,1303	230	0,3379	0,3305	423	0,0990	0,0990
450	0,1349	0,1351	282	0,3592	0,3469	531	0,1016	0,1021
523	0,1380	0,1396	341	0,3782	0,3630	620	0,1032	0,1033
577	0,1398	0,1401	406	0,3947	0,3793	715	0,1045	0,1043
680	0,1426	0,1421	485	0,4119	0,3948	864	0,1052	0,1060
			573	0,4273	0,4101			
			683	0,4432	0,4240			
			804	0,4569	0,4380			
			935	0,4688	0,4522			
			1105	0,4809	0,4637			
			1285	0,4902	0,4759			
			1505	0,4983	0,4862			
			1770	0,5051	0,4943			
			2070	0,5091	0,5019			
			2430	0,5108	0,5074			
			2870	0,5099	0,5099			
			3420	0,5053	0,5094			
			4110	0,4961	0,5024			
			4980	0,4839	0,4919			
			5370	0,4749	0,4888			

Während die berechneten Werthe bei  $a''$  und  $c''$  bald gröfser bald kleiner als die beobachteten sind, sehen wir bei  $b''$  eine mehr regelmässige Abweichung und die berechnete Curve überhaupt ein wenig mehr gekrümmt als die beobachtete. Da die Uebereinstimmung nicht besser wird, wenn man für die Berechnung dieser Curve solche Werthe der Constanten zum Grunde legt, welche alle drei nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt sind, so ist daraus zu schliessen, dafs die beobachtete Curve Fehler enthält. Denn diese ist nicht unmittelbar beobachtet, sondern erst im §. 4 dadurch entstanden, dafs der Elektricitätsverlust in Rechnung gebracht wurde, und es ist klar, dafs hierbei um so weniger sicher gegangen wird, je länger die

Beobachtung dauerte. Im betreffenden Falle war aber die erste Ladung der Flasche anderthalb Stunden lang beobachtet und das Aufsuchen der Rückstände hatte 20 Stunden gedauert, so daß eine solche Uebereinstimmung, wie sie sich zwischen Rechnung und Beobachtung hier noch zeigt, überhaupt zu bewundern ist, und die Sicherheit der Methode in ein helles Licht stellt.

## 12.

Fragen wir nach der Bedeutung der drei Constanten  $p$ ,  $b$  und  $m$ , so wird  $b$  im Zusammenhange mit dem Widerstande stehen, welchen das Glas der äußeren Einwirkung der Elektricitäten entgegengesetzt und dessen GröÙe bei verschiedenen Glassorten auch verschieden seyn kann, während  $m$  sich auf die Zeit bezieht, in welcher dieser Widerstand nach und nach überwunden wird. Gerade der Umstand, daß  $m$  bei den verschiedenen Gläsern der verschieden gestalteten Ladungsapparate dieselbe GröÙe hat, scheint dafür zu sprechen, daß die Function der Zeit, welche wenig verschieden von der Quadratwurzel ist, mit Recht in die Formel eingeführt wurde und daß der Widerstand ein mechanischer sey, welcher von den Molecularkräften an jedem einzelnen Glastheilchen ausgeübt wird nach Analogie der elastischen Nachwirkung. Die Zahl  $p$  giebt an, welcher Theil der vorhandenen Ladung von dem elektrischen Momente des Glases gefesselt werden könnte, wenn der Gleichgewichtszustand erreicht wäre. Die GröÙe von  $p$  hängt also von  $b$  ab, zugleich aber auch von der Glasdicke. Da die Art der Abhängigkeit des  $p$  von  $b$  noch unbekannt ist, scheint es auch vorläufig noch nicht möglich, die Gleichung des Rückstandes mit bloß zwei Constanten zu schreiben.

Mag man nun über diese Constanten selbst, wie auch über das Ganze, was hier ein elektrisches Moment genannt wird, denken, was man will, so viel steht wenigstens fest, daß man den elektrischen Rückstand durch die Gleichung III berechnen kann. Jetzt ist man auch im Stande für eine jede bestimmte Flasche, deren Constante man nach §. 11 bestimmt hat, eine Gleichung der disponiblen Ladung aufzustellen,

welche, wenn sie auch das Gesetz in seiner strengen Form nicht ausspricht, doch eine für die Praxis hinreichende Näherung gewährt. Die Praxis kann nämlich verlangen, daß die disponible Ladung berechnet werde, welche eine bestimmte Zeit, nachdem die Flasche mit einer bekannten Ladung versehen war, zu irgend einem Zwecke verbraucht wurde, ohne direct beobachtet werden zu können. Umgekehrt kann sie verlangen, daß aus der Kenntniß einer disponiblen Ladung die GröÙe der ursprünglichen Ladung abgeleitet werde, welche vor einer gewissen Zeit der Flasche plötzlich mitgetheilt wurde. Es soll die Gleichung mit Berücksichtigung eines bestimmten Beispiels abgeleitet werden, zu welchem die Beobachtungen der Flasche  $a$  in den Tabellen  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$  und  $a'''$  das Material abgeben.

Nach der Berechnung dieser Beobachtungen haben wir (Siehe Tab.  $a'''$  und in Anlage III die Berechnung der Tab.  $a''$ )

$$Q_0 = 0,4742; V = 0,0409; F = 228,086; \varphi = 30,767;$$

$$T = 680; p = 0,4289; b = 0,0397; m = -0,5744.$$

Hiebei ist  $T$  die Zeit, nach welcher die Flasche zuerst entladen wurde.

Die Linie  $v_n$ , welche Taf. II. Fig. 2 die Curve des Elektricitätsverlustes vorstellt, weicht, obschon die Beobachtung anderthalb Stunden gedauert hat, nicht gar sehr von einer Geraden ab. Viel weniger wird noch bei einer Beobachtung von etwa 11 Minuten, wie sie hier vorliegt, die Curve des Elektricitätsverlustes von einer geraden Linie abweichen, so daß wir wenig irren, wenn wir den Verlust der Zeit proportional setzen.

Wenn der Verlust während der ganzen Operation  $V$  war, so ist er bis zur Zeit  $T$ , wo die Flasche zuerst entladen wurde,

$$V \cdot \frac{F}{F + \varphi}$$

und damit ist dann angenähert

$$v_i = \frac{t}{T} \cdot V \cdot \frac{F}{F + \varphi}.$$

Wäre bei einem anderen Versuche die anfängliche Ladung nicht  $Q_0$  gewesen, sondern  $Q'_0$ , so hätte sich, wenn

übrigens die Luft von derselben Beschaffenheit gewesen wäre,

$$V' = \frac{t}{T} \cdot V \cdot \frac{F}{F+\varphi} \cdot \frac{Q_0}{Q_0}$$

herausgestellt. Ist aber die Beschaffenheit der Luft rücksichtlich des Elektricitätsverlustes jetzt eine andere, so bedarf der Ausdruck einer Correction. Zu dem Ende mittelt man durch Hülfe der Torsionswage den Elektricitätsverlust aus, welchen ein isolirter frei hingestellter Körper erleidet. Ist dieser bei der Originalbeobachtung der Flasche, auf welche sich die Tabellen  $a$ ,  $a'$  und die nicht accentuirten Buchstaben  $Q_0$ ,  $V$ ,  $F$ ,  $\varphi$  beziehen, gleich  $\mu$  gefunden, bei dem jetzt in Rede stehenden zweiten Versuche gleich  $\mu'$ , so ist

$$v' = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{t}{T} \cdot V \cdot \frac{F}{F+\varphi} \cdot \frac{Q_0}{Q_0}$$

Es ist nun ferner

$$L' = Q'_0 - r' - v'$$

also

$$L' = Q'_0 - p \left( Q'_0 - Q'_0 e^{-\frac{b}{m+1} t^{m+1}} \right) - v'$$

Setzen wir für  $Q'_0$  seinen Werth  $Q'_0 - v'$ , und für  $v'$  den eben gefundenen Ausdruck, so erhalten wir

$$\text{IV. } L' = Q'_0 \left[ 1 - p \left( 1 - e^{-\frac{b}{m+1} t^{m+1}} \right) - (1-p) \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{t}{T} \cdot V \cdot \frac{F}{F+\varphi} \cdot \frac{1}{Q_0} \right]$$

Ist also die ursprünglich mitgetheilte Ladung  $Q'_0$  bekannt, so findet sich  $L'$ , oder ist letzteres gegeben, so haben wir damit auch  $Q'_0$ .

Um zu zeigen, wie weit diese Formel sich an die Beobachtung anschließt, mag die Tabelle  $a$  des §. 1 aus ihr berechnet werden, wobei natürlich  $\mu' = \mu$  und  $Q'_0 = Q_0$  zu setzen ist.



Tab. a<sup>IV</sup>.

$t$	$L_t$ berech- net	$L_t$ beob- achtet
0	0,4742	0,4742
18	0,4184	0,4133
50	0,3939	0,3896
110	0,3700	0,3692
160	0,3571	0,3516
215	0,3462	0,3461
265	0,3381	0,3373
330	0,3291	0,3290
382	0,3230	0,3223
450	0,3158	0,3141
523	0,3090	0,3080
577	0,3044	0,3029
680	0,2964	0,2951

Die Abweichung ist so gering, daß man in dieser Annäherungs-Formel einen ganz geeigneten Substituten für die wahre Gleichung der disponiblen Ladung, welche nicht aufgesucht worden ist, erblicken kann.

Handelt es sich bei practischen Anwendungen nur um wenige Minuten, und erleidet die Flasche überhaupt nur wenig Verlust, so wird es vollkommen ausreichen, die Gleichung

$$L_t = p Q_0 \left( 1 - e^{-\frac{b}{m+1} t^{m+1}} \right)$$

bei etwaigen Reductionen zu benutzen.

Es wäre nun noch übrig, die Curven der wiederauftretenden Rückstände ebenfalls durch die Rechnung zu bestimmen. Es sind solche Versuche gemacht, und die aus denselben Principien abgeleiteten Formeln genügen vollkommen ihrem Zwecke. Da aber die Praxis nicht leicht eine Anwendung von diesen Rechnungen machen wird, so sollen sie hier nicht weiter angeführt werden, da der kleine Gegenstand schon Raum genug in Anspruch genommen hat.

## Anhang I.

Eine Batterie von fünf Flaschen Fig. 1, Taf. II, jede von fast einem Quadratfuß Belegung, stand in ihrem Kasten. In einiger Entfernung davon befand sich die einzelne Flasche *F*, welche untersucht werden sollte, die äußeren Belegungen dieser 6 Flaschen waren sorgfältig mit einander verbunden und ein Draht führte von ihnen in die nasse Erde des Gartens. Um die einzelne Flasche durch die Batterie zu laden, war an einem Hebel *a* ein dicker Draht *b* mit Schellack befestigt, an welchen zwei dünnere und federnde Drähte *c* und *d* gelöthet waren, die beim Herabfallen des Hebels auf ganz kurze Zeit die innere Belegung der Batterie und den Knopf der einzelnen Flasche verbanden. Zu dem mit flacher Aushöhlung versehenen Knopfe dieser Flasche führte der 3 Fuß lange Zuleitungsdraht des Sinuselektrometers *S*. So lange keine Elektrizität in der Flasche ist, steht die Magnetnadel des Instrumentes im Meridian unter spitzem Winkel  $\alpha$  zu einem drehbaren Arme von Metall. Im Augenblicke, wo man die Flasche durch die Batterie ladet, würde die Elektrizität in die Nadel und den Arm mit überfließen und die erstere, gewaltsam vom Arme abgestoßen, in heftige Oscillationen gerathen, und bevor diese sich beruhigt hätten und durch Drehen des Armes wieder der Beobachtungswinkel  $\alpha$  hervorgebracht wäre, würde gerade die wichtigste Zeit für die Beobachtung verloren gegangen seyn. Es kommt also darauf an, das Elektrometer vor der Elektrisirung der Flasche in einen solchen Zustand zu bringen, daß von dem Momente, wo der fallende Hebel die Ladung bewirkt, auch die Beobachtung beginnen kann. Diefes hat keine Schwierigkeit, sobald man den Winkel  $\varphi$  voraus weiß, um welchen die Magnetnadel aus dem Meridian durch die elektrische Abstossung abgelenkt werden wird, wenn sie mit dem abstossenden Arm den Winkel  $\alpha$  machen soll, d. h. also, sobald man die Ladung, welche die Flasche bekommen wird, schon weiß. Ist also (Fig. 1) *mn* die Lage der Magnetnadel im Meridian, *ab* die Visirlinie, welche durch

Hülfe von Spiegelung rechtwinklich gegen die Nadel gestellt ist,  $pq$  der mit dieser Visirlinie fest verbundene abstoßende Arm, so dreht man die Visirlinie und mit ihr also auch den Arm um den Winkel  $\varphi$  und lenkt durch einen daneben angebrachten galvanischen Strom die Nadel so weit ab, bis sie wieder einspielt, d. h. rechtwinklich zur Visirlinie steht. Zu dem Ende durchläuft der Strom von der Kette  $K$  aus das neben dem Elektrometer angebrachte Multiplicatorgewinde  $M$  und wird durch den Rheostaten oder das Rheochord  $R$  in der nöthigen Weise moderirt. In dem Augenblicke, wo durch den Fall des Hebels die Elektrizität von der Batterie auf die einzelne Flasche mit übertragen wird, öffnet zugleich der Schellackzapfen  $e$  die Kette. Der dazu erforderliche kleine Mechanismus ist sehr einfach. Der eine Pol der Kette führt zu dem auf einem Brettchen befestigten starken Drahte  $h$ , der andere zu dem (in der Zeichnung nach vorn hin) federnden Drahte  $g$ , welcher durch eine passende Winkelbiegung zum Schließen der Kette nur hinter  $h$  gehängt zu werden braucht. Indem dann der Schellackzapfen das Ende  $f$  des Drahtes  $g$  trifft, unterbricht er sogleich den Strom, dessen ablenkende Kraft nun durch die abstoßende Kraft der in das Elektrometer getretenen Elektrizität ersetzt wird.

Um die Ladung vor auszubestimmen, welche die zu prüfende Flasche von der Batterie bekommen wird, muß man sich vorher schon die Kenntniß verschafft haben, in welchem Verhältnisse die Elektrizität sich zwischen diesen Körpern theilt. Im Anhang II wird ein besseres Mittel zur Bestimmung dieses Verhältnisses angegeben werden; hier zunächst möge folgendes dienen, welches aus Gründen, die sich dort ergeben, allemal dann eine hinreichende Genauigkeit liefert, wenn die Gesamtbelegung der Batterie groß gegen die Belegung der einzelnen Flasche ist. Es besteht einfach in der Bestimmung der Elektrizitätsmenge, welche der Batterie durch die Flasche entzogen wird.

Es war also vor der Anstellung des Versuches, den zu

beschreiben wir angefangen haben, das Sinuselektrometer mit der Batterie von 5 Flaschen in Verbindung gesetzt und diese geladen. Nachdem durch Drehen am Gehäuse der Nadel das Instrument eingestellt war, wurde es ein klein wenig zurück, d. h. auf einen etwas zu kleinen Winkel gestellt, dieser Winkel von  $17^{\circ} 52'$  notirt, und nun gewartet, bis durch den allmähigen Elektricitätsverlust an die Luft das Spiegelbild der Marke sich gerade einstellte. In diesem Augenblicke wurde der Fall des Hebels durch Losziehen eines mit einem Faden versehenen Hakens i bewirkt; ein Theil der Elektricität der Batterie floß in die einzelne Flasche über, und das mit möglichst geringem Zeitverluste, etwa in der Zeit von 15 Sekunden, wieder eingestellte Elektrometer zeigte eine Ablenkung der Nadel von  $12^{\circ} 13'$ . Den Quadratwurzeln der Sinus dieser Winkel sind die Ladungen  $Q$  und  $Q'$  der Batterie vor und nach der Ladung der einzelnen Flasche proportional. In die letztere ist die Menge  $Q - Q'$  übergeflossen und das Verhältniß dieser Menge zu der in der Batterie vorher befindlichen, also der Quotient  $\frac{Q - Q'}{Q}$ , berechnet sich zu 0,1695. Dieses Verfahren wurde öfter wiederholt und zeigte folgende Resultate:

Ablenkung der Magnet- nadel		$\frac{Q - Q'}{Q}$
für $Q$	für $Q'$	
$17^{\circ} 52'$	$12^{\circ} 13'$	0,1695
12 13	8 29	0,1651
8 29	5 57	0,1617
24 57	17 3	0,1662
11 55	8 17	0,1647
Mittel		0,1654

Im Anhang II werden die Gründe besprochen werden, weshalb die einzelnen Bestimmungen des Quotienten noch fast um 5 Procent variiren. Da aber nach der dort angegebenen zuverlässigen Methode dieser Quotient sich sehr nahe

nahe ebenso, nämlich gleich 0,1647 herausstellte, so mag also

$$\frac{Q - Q'}{Q} = 0,165$$

gesetzt werden.

Jetzt wissen wir also, daß, wenn die Batterie vorher die Ladung  $Q$  hat, diese im Momente, wo die einzelne Flasche durch sie geladen wird, auf

$$Q' = Q (1 - 0,165) = 0,835 Q$$

herabsinkt. Zugleich aber wissen wir, daß die einzelne Flasche in dem Momente der Uebertragung der Elektrizität dieselbe Spannung am Knopfe zeigen wird, wie die Batterie, daß also das Elektrometer in diesem Augenblicke dieselbe Angabe machen würde, es möchte mit der Batterie verbunden werden oder mit der einzelnen Flasche, denn die Menge von Elektrizität, welche dieß Instrument der einzelnen Flasche entzieht, ist noch immer verschwindend klein gegen die Menge der letzteren.

Es wurde also, um den Versuch selbst wieder aufzunehmen, folgendermaßen verfahren.

Ein zweites Sinuselektrometer  $S'$  wurde neben die Batterie, jedoch in solcher Entfernung vom ersten  $S$  aufgestellt, daß ihre Nadeln sich nicht irritirten. Beide wurden zunächst mit der Batterie von 5 Flaschen verbunden und diese geladen. Durch Hülfe eines zweiten Beobachters wurden beide Instrumente in demselben Augenblicke eingestellt. Dabei zeigte das Elektrometer  $S$  den Ablenkungswinkel  $18^\circ 49'$ . Auf den Ablenkungswinkel des Instrumentes  $S'$  kam es nicht an, denn dasselbe sollte nur unverrückt so stehen bleiben, wie es eingestellt war, um bei abermaliger Ladung der Batterie den Moment anzugeben, bei welchem das Elektrometer  $S$ , wenn es mit ihr verbunden wäre, den Ablenkungswinkel von  $18^\circ 49'$ , d. h. also eine Ladung der Batterie von  $Q = \sqrt{\sin 18^\circ 49'}$  zeigen würde.

Nachdem diese Vorbereitungen getroffen waren, Alles aber entladen, wurde am anderen Tage das Instrument  $S$

mit der einzelnen Flasche verbunden und durch den galvanischen Strom auf  $13^\circ$  abgelenkt. Das ist nämlich der Winkel, zu dem es abgelenkt werden würde, wenn die Ladung  $Q = \sqrt{\sin 18^\circ 49'}$  der Batterie sich über die einzelne Flasche mit verbreitet und der aus der Gleichung

$$Q' = \sqrt{\sin x} = 0,835 \sqrt{\sin 18^\circ 49'}$$

gewonnen wird.

Nun wurde die Batterie wieder geladen, die Ladung welche zu groß ausgefallen war, durch Berührung mit einem trockenen Stäbchen von Tannenholz so lange geschwächt, bis das Elektrometer  $S'$  fast einspielte und dann abgewartet bis durch den Elektrizitätsverlust die frühere Ladung genau eintrat. In diesem Augenblicke, welcher vom zweiten Beobachter angegeben wurde, ersetzte der fallende Hebel die ablenkende Kraft des galvanischen Stromes durch die in das Elektrometer  $S$  überfließende Elektrizität; die Nadel machte eine kaum merkliche Zuckung, bewegte sich aber nun doch so rasch gegen den Meridian hin, daß ein neues genaues Einstellen erst nach 18 Sekunden gelang <sup>1)</sup>, und den Ablenkungswinkel  $9^\circ 50'$  ablesen liefs.

Ein zweiter Beobachter notirte die Zeiten, sowohl der ersten Ladung der Flasche als auch der Momente, wo jedesmal das Sinuselektrometer wieder eingestellt war und schrieb die ihm dictirten Ablenkungswinkel zu den einzelnen Zeiten. So entstand die folgende Beobachtungsreihe, welche in der dritten mit *Ladung* überschriebenen Reihe die Quadratwurzeln aus den Sinus der Ablenkungswinkel enthält.

- 1) Diesmal war Ungeschicklichkeit der Grund, daß so viele Zeit verstrich.  
Bei anderen Beobachtungen ist das nächste Einstellen häufig nach 5 Sekunden schon gelungen.

Zeit nach d. Ladung in Sekunden.	Ablenkungs- winkel des Sinus-Elek- trometers.	Ladung.
0	13° 0'	0,4742
18	9 50	0,4133
50	8 44	0,3896
110	7 50	0,3692
160	7 17	0,3561
215	6 53	0,3461
265	6 32	0,3373
330	6 13	0,3290
382	5 58	0,3223
450	5 40	0,3141
523	5 27	0,3080
577	5 16	0,3029
680	5 0	0,2951

## Anhang II.

### Beschreibung und Gebrauch des Multipliers.

Ein sehr starker kupferner Dämpfer von elliptischer Form wurde mit 1000 Windungen eines gut mit Seide besponnenen und mit Collodium bestrichenen etwa 0,25 Millimeter starken Kupferdrahtes umgeben, wobei noch jede einzelne Lage der Windungen stark mit Collodium getränkt wurde. Die Enden des Drahtes führten zu Klemmschrauben, welche mit Schellack in dasselbe Brett eingekittet waren, welches den Multiplikator trug. In die 8,5 Centm. lange und 3,3 Centm. hohe elliptische Oeffnung des Dämpfers wurde mittelst Conconfaden, Bügel und Gabel ein recht kräftiger cylindrischer Stahlmagnet von 6 Centm. Länge und 1 Centm. Durchmesser gehängt. Die Gabel, an welcher der Magnet hing, trug einen Spiegel, damit man nach Magnetometer-Art beobachten könne. Das Ganze befand sich in einem gut schließenden mit Glasfenster versehenen Gehäuse, damit nicht durch Luftströmungen die Nadel beunruhigt würde. Die Dämpfung war so stark, daß Oscillationen von einem Grade Elongation in einer Minute beruhigt wurden.

Beim Gebrauche für unsere Zwecke verbindet man durch einen Zwischendraht das eine Ende des Multiplikator drahtes



mit der äußeren Belegung der Batterie, welche außerdem noch sehr gut nach der Erde abgeleitet ist. Mit dem Drahte eines ähnlichen Hebels, wie er Taf. II. Fig. 1, a abgebildet ist, verbindet man das andere Ende des Multiplicatorgewindes, schaltet aber dazwischen ein mit Wasser gefülltes nicht zu kurzes Glasrohr ein. Durch den Fall des Hebels wird dann die Entladung bewirkt, welche den Magneten ablenkt. Man kann die Fallgeschwindigkeit durch die Fallhöhe, oder auch durch ein Laufgewicht reguliren, wenn man diesem entgegen die Anspannung von Schnüren aus vulcanisirtem Kautschuck wirken läßt. Ohne Zweifel gewinnt man noch an Stabilität der Aussagen dieses Instrumentes, wenn man den Magneten schwerer nimmt, was dann aber eine geringe Vergrößerung der übrigen Dimensionen zur Folge hat. Uebrigens ist auch schon bei diesen Dimensionen der Multiplicator ein ganz vortreffliches Elektrometer für Entladungsströme, wenn man nur bei ganz starken Ladungen für die nöthige Verzögerung sorgt.

Eines solchen Apparates kann man sich bedienen, wenn man das Verhältniß, in welchem sich die Elektricität zwischen zwei Leidener Flaschen theilt, genau auszumitteln nöthig hat. Man verbindet ein Sinuselektrometer mit der einen Flasche allein und entladet sie bei einer gewissen Anzeige desselben durch den Multiplicator. Dann verbindet man mit dieser Flasche auch die zweite und entladet, wenn das Sinuselektrometer wieder seine vorige Anzeige macht, beide Flaschen zugleich. Ist im ersten Falle die Nadel des Multiplicators um den Winkel  $\alpha$  abgelenkt, im zweiten Falle um  $\alpha + \beta$ , so verhalten sich die Elektricitäts-Mengen der beiden Flaschen bei gleicher Spannung am Knopfe wie  $\alpha$  zu  $\beta$ . In der Regel wird man statt der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  bloß die Anzahl der im Fernrohr zur Ablenkung gekommenen Scalentheile nehmen können.

Im Anhang I ist eine Methode beschrieben, durch das Sinus-Elektrometer allein das Verhältniß aufzusuchen, in welchem sich die Ladung zwischen zwei Flaschen theilt. Dieses Verfahren leidet an dem Uebelstande, daß die La-

derung der Batterie veränderlich ist. Wird nun ein Theil der Ladung auf die einzelne Flasche übertragen, so vergeht, bevor das Elektrometer zum Ablesen wieder eingestellt wird, einige Zeit. Im Anfange scheint deswegen der an die einzelne Flasche abgegebene Theil zu groß, weil während dieser Zeit neben dem Elektricitäts-Verluste an die Luft auch noch ein Rückstand sich gebildet hat; späterhin erscheint er zu klein, weil der schon gebildete Rückstand von der nach dem öfteren Entziehen noch gebliebenen Ladung nicht gefesselt werden kann, sondern bis zum Einstellen des Elektrometers theilweise hervortritt. Von solchen Uebelständen ist die andere Methode frei. Um ihre Genauigkeit zu zeigen, gebe ich die Zahlen an, welche das Verhältniß der Vertheilung zwischen der in dem Anhang I besprochenen einen Flasche *F* und der Batterie *B* von 5 Flaschen bestimmen.

Ablenkung der Multiplicatornadel in Scalentheilen

durch <i>B</i> allein.	durch <i>B</i> und <i>F</i> verbunden.
66,3	79,5
66,5	79,6
66,5	79,4
66,2	79,2
Mittel 66,4.	79,8
	Mittel 79,5.

Nehmen wir  $66,4 = Q'$  und  $79,5 = Q$ , so ist dann

$$\frac{Q - Q'}{Q} = \frac{13,1}{79,5} = 0,1647.$$

Anhang III.

Für die Berechnung, wie der Elektricitäts-Verlust an die Luft sich auf die einzelnen Zeiten der Beobachtung vertheilt, genügen einige Andeutungen, welche sich auf die Berechnung der Tab. *a* beziehen sollen.

Der Verlust *V* ist die Differenz zwischen der ursprünglichen Ladung und dem, was wissentlich entfernt worden ist. Die ursprüngliche Ladung war nach Tab. *a* gleich 0,4742; bei der ersten Entladung ist entfernt 0,2951; dann

ist nach Tab. *a'* an Rückständen aufgesammelt 0,1307, zu denen wir, als wahrscheinlich noch in der Flasche vorhanden aber nicht sammelbar, auf gut Glück den letzten Rückstand 0,0075 hinzurechnen. Dann ist

$$V = 0,4742 - (0,2951 + 0,1382) = 0,0409.$$

Der Flächeninhalt *F* unter der Curve der disponiblen Ladung ist

$$\begin{aligned} F &= f_1 + f_2 + f_3 + \dots \\ &= \frac{1}{2} [(0,4742 + 0,4133) 18 + (0,4133 + 0,3896) (50 - 18) + \dots] \\ &= 228,086. \end{aligned}$$

Der Inhalt  $\varphi$  der von den Curven der gesammelten Rückstände begränzten Flächen ist

$$\begin{aligned} \varphi &= f' + f'' + f''' + \dots \\ &= \frac{1}{2} [0,0443 \cdot 65 + 0,0166 \cdot (153 - 65) + \dots] \\ &= 30,767. \end{aligned}$$

Die Constante für den Elektricitätsverlust ist also

$$\alpha = \frac{V}{F + \varphi} = \frac{0,0409}{258,863} = 0,000158.$$

Alles Uebrige ergibt sich von selbst.

Marburg im Oct. 1853.

### III. *Ueber die beim Ausströmen der Luft entstehenden Töne; von C. Sondhaufs.*

(Schluss von S. 147.)

10. Indem ich nun zur nähern Betrachtung der Entstehung der besprochenen Töne übergehe, ist zunächst zu untersuchen, welcher Körper schwingt und dadurch die Töne erzeugt. Dafs die Töne nicht durch die Vibration der obern Platten, gegen welche der Luftstrom stöfst, entstehen, darf als entschieden angesehen werden; denn abgesehen davon, dafs diese Platten aus einem unelastischen Körper, nämlich aus Blei gefertigt sind, und dafs man die-

selben mit den Fingern festhalten kann, ohne die Entstehung und Fortdauer des Tones zu hindern, ist auch die Höhe des Tones von der Gröfse und dem Gewichte der Platten gänzlich unabhängig, so wie es auch gleichgültig ist, aus welcher Substanz die Platten angefertigt sind. Ein so schwacher Luftstrom, als in den meisten Fällen angewendet wurde und zur Erzeugung der Töne erforderlich ist, dürfte erfahrungsgemäfs auch gar nicht im Stande seyn, eine von den angewendeten Platten, auch wenn sie elastisch wäre, wie die Zunge einer Orgelpfeife, in Vibration zu versetzen. Wenn demnach nur die Annahme übrig bleibt, dafs die Luft selbst der tönende Körper ist, so ist es doch nicht möglich, ein durch eine feste Hülle begränztes Luftvolumen nachzuweisen, welches durch den Luftstrom, ähnlich wie die Luftsäule in einer Labialpfeife, in stehende Schwingungen versetzt würde.

Die zwischen der Deckelplatte, welche die Ausflufsöffnung enthält, und der obern beweglichen Platte befindliche Luft kann füglich nicht als ein begränztes Luftvolumen angesehen werden, welches stehende Schwingungen annimmt. Hierfür spricht zunächst der Umstand, dafs die Höhe des Tones nur von dem Luftdruck und der Plattendistanz, aber nicht von der Gröfse und Gestalt der Platten abhängt, und dafs der Ton ungeändert bleibt, wenn man die zwischen den Platten liegende Luftschicht dadurch partiell begränzt, dafs man den Finger oder einen gebogenen Blechstreif von der einen Seite nähert <sup>1)</sup>. Der Ton entsteht aber auch unter Umständen, bei welchen von einem begränzten Luftvolumen oberhalb der Ausflufsöffnung gar nicht die Rede seyn kann, z. B. wenn man den Luftstrom gegen eine kleine runde Scheibe von der Gröfse der Ausflufsöffnung (Taf. II. Fig. 10) oder gegen eine aus dünnem Draht zusammengebogene Oehse von derselben Gröfse stofsen läfst (Taf. II. Fig. 11). Ueberdies ist mir auch keine Beobachtung bekannt geworden, durch welche dargethan worden wäre,

1) Begränzt man diesen Raum vollständig oder grölsten Theils, so wird allerdings der Ton modificirt.

dafs eine zwischen zwei Ebenen befindliche Luftschicht durch Anblasen oder auf irgend eine andere Weise zum Tönen gebracht werden kann. Wenn es hiernach als ausgemacht angesehen werden darf, dafs die betrachteten Töne nicht durch die Schwingungen der zwischen den Platten befindlichen Luft entstehen, so ist doch anzuerkennen, dafs die umgebende Luft auf Stärke, Leichtigkeit des Ansprechens und sogar auf die Höhe der Töne von Einfluss ist; denn begränzt man den Raum zwischen beiden Platten, indem man einen Blechreif von der Breite der Plattendistanz oder eine durchbohrte Korkscheibe zwischen die Platten einfügt, so werden die durch den Luftstrom erzeugten Töne stärker und tiefer und treten in gröfserer Mannigfaltigkeit auf; sie sprechen auch leichter an und entstehen noch bei sehr schwachem Luftdrucke, bei welchem sie unter gleichen Umständen nicht mehr zu beobachten sind, wenn der das Luftvolumen begränzende Korkring oder Blechreif weggenommen wird. Hierbei ist es nicht nothwendig, den Korkring oder Blechreif mit den beiden Platten luft- oder winddicht zu verbinden, sondern es reicht zur Abgränzung des mitschwingenden Luftkörpers hin, die Theile des Apparats aufeinander zu legen. Auch ein offenes Rohr, welches über die Oeffnung der obern beweglichen Platten gehalten wird, verstärkt und modificirt den Ton, ja oft wird derselbe, wenn die Plattendistanz grofs und der Luftdruck schwach ist, nur noch durch ein darüber gehaltenes Rohr wahrnehmbar. Diese Erscheinung, in welcher ein Luftkörper durch sein Mitschwingen den Ton verstärkt, seinerseits aber auch Einfluss auf die Tonhöhe ausübt, enthält nichts Auffallendes; es findet sogar beim Tönen der Zungenpfeife etwas ganz Analoges statt, bei welchen die in dem Aufsatzrohre enthaltene Luftsäule denselben Einfluss auf die Schwingungen der Zunge ausübt.

11. Nachdem die oberhalb der Ausflufsöffnung befindlichen Theile des Apparats betrachtet worden sind, entsteht die Frage, welchen Einfluss die unterhalb derselben befindliche in dem cylindrischen Reservoir enthaltene Luft auf

die Entstehung und Beschaffenheit des Tones ausübe. Die Annahme, daß die in dem Cylinder enthaltene Luftsäule der tönende Körper sey und wie in einer Orgelpfeife schwinde, dürfte schon auf den ersten Blick nicht zulässig erscheinen, denn zunächst hat der ganze Apparat eine Construction, welche von der Construction einer Labialpfeife wesentlich verschieden, ich möchte sagen, welche die Umkehrung derselben ist; dann aber widerspricht hauptsächlich dieser Annahme die leichte Veränderlichkeit des Tones, welcher abgesehen von den einzelnen oben bemerkten Sprüngen allmählig durch die Veränderung des Luftdruckes oder der Plattendistanz höher oder tiefer wird, und sich hierin als von einem bestimmten Luftvolumen unabhängig zeigt. Man kann allerdings durch verschiedenes Anblasen aus einer Orgelpfeife auch eine Reihenfolge von Tönen erhalten, zu deren Erzeugung die Luftsäule in mehrere Theile getheilt schwingt und welche unter den Namen Flageolettöne oder harmonische Töne bekannt sind; aber diese Töne unterscheiden sich von den hier betrachteten wesentlich dadurch, daß sie immer eine von der Luftsäule abhängige Reihenfolge bilden, und durch bestimmte Intervalle von einander getrennt sind.

Obgleich hieraus schon erhellen dürfte, daß die durch den Luftstrom erzeugten Töne von der in dem Cylinder eingeschlossenen Luftsäule im Allgemeinen unabhängig sind, so schien es mir doch noch wünschenswerth, mich durch einen directen Versuch hiervon zu überzeugen. Ich setzte deshalb mittelst einer der oben erwähnten Blechfassungen eine Deckelplatte auf den Glascylinder, welche ich mit zwei kreisförmigen Ausflußöffnungen von 4 Mm. Durchmesser versehen hatte, und liefs nur den aus der einen Oeffnung tretenden Luftstrom wie früher gegen die in einer beliebigen Entfernung eingestellte bewegliche Platte stoßen. Ich fand zunächst, daß auch bei dieser Einrichtung die Töne ganz in derselben Weise wie früher entstehen und daß durch ein abwechselndes Schließen der zweiten Oeffnung keine andere Aenderung in dem Ton

herbeigeführt wird, als dafs er ein wenig höher wird, was offenbar daher kommt, dafs durch das plötzliche Absperren des einen Luftstromes der andere etwas verstärkt oder beschleunigt wird. Befände sich dagegen die in dem Cylinder enthaltene Luftsäule in stehender Schwingung, so müfste der Ton durch das Schliessen der zweiten Oeffnung tiefer werden, wie sich in der That auch zeigte, als ich den Cylinder an der einen Oeffnung von Aussen anblies und die andern abwechselnd schlofs und öffnete. Ein anderer Versuch führte zu demselben Resultate. Ich hielt nämlich über jede der beiden Ausflufsöffnungen eine Platte und fand, dafs jeder der auf dieselben stofsenden Luftströme für sich Töne erzeugte, die von den Tönen des andern unabhängig sind, so dafs, wenn die Platten in verschiedener Distanz eingestellt sind, zwei Töne von verschiedener Höhe zu gleicher Zeit wahrgenommen werden. Bleibt die Entfernung der einen Platte constant, während die andere mit dem Nonius auf und abgeschoben wird, so bleibt bei gleichem Luftdrucke auch der eine Ton constant, während der andere sich fortwährend ändert.

Aus dem Vorhergehenden darf jedoch nicht geschlossen werden, dafs die Luft unterhalb der Ausflufsöffnung gänzlich unbewegt bleibe; sie nimmt sogar nach meiner Ansicht in der Nähe der Ausflufsöffnung ohne Zweifel an den Oscillationen Theil, aber nicht in der Weise, dafs der im Cylinder enthaltene Luftkörper als Ganzes oder in Theilen schwingt, sondern so, dafs die Oscillationen sich von der Ausflufsöffnung an, ins Innere bis zu einer von der Höhe des Tones abhängigen Gränze fortsetzen. Ich stelle mir die innerhalb einer Hemisphäre, in deren Mitte die Ausflufsöffnung liegt, enthaltene Luft mitschwingend vor und nehme an, dafs diese Hemisphäre sich erweitert, wenn der Ton tiefer wird, und sich wieder verengt, wenn die Höhe des Tones in Folge des verstärkten Luftdruckes oder der Annäherung der obern Platte zunimmt. Ist der Raum, aus welchem die verdichtete Luft durch die Ausflufsöffnung ausströmt, unbeschränkt, oder kann derselbe im Vergleich zur



Ausflußöffnung als unendlich groß angesehen werden, so haben die Schallwellen, welche von der ersten oben erwähnten primitiven Welle erregt werden, keinen rückwirkenden Einfluß; ist dagegen unterhalb der Ausflußöffnung ein begränzter luftgefüllter Raum, wie in meinem Apparate der als Luftreservoir dienende Cylinder, vorhanden, so werden die fortgepflanzten und von den Wänden zurückgeworfenen Schallwellen auf die primitive Welle zurückwirken und dadurch die Töne modificiren. Es kann hierbei der begränzte Luftkörper unter günstigen Umständen wirklich in stehende Schwingungen gerathen und durch Stärke und Eigenthümlichkeit des Klanges sich auszeichnende Töne hervorbringen; es kann sogar hierbei Interferenz der Schallwellen entstehen und bewirken, daß nicht selten gerade bei einem bestimmten Luftdrucke kein Ton anspricht, während bei einem nur wenig stärkeren und schwächeren Luftdrucke unter übrigens gleichen Umständen deutliche Töne entstehen, wie beinahe in jeder Versuchsreihe sich in der That gezeigt hat. In dieser Annahme finden die meisten der oben in Beziehung auf die Beschaffenheit und Reihenfolge der beobachteten Töne gemachten Bemerkungen ihre Erklärung, und es dürften nunmehr die Sprünge, welche sich in den Beobachtungsreihen finden, nicht mehr überraschen, so wie es auch nicht mehr zufällig erscheinen wird, daß die in Tabelle *Va* zusammengestellten Versuche mit dem Gesetze über die Abhängigkeit des Tones von der Plattendistanz weniger gut übereinstimmen als die in Tabelle *Vb* verglichenen, da letztere bei einem mehr als doppelt so großen Luftdrucke angestellt worden sind und deshalb als von den secundären Einflüssen unabhängiger betrachtet werden müssen.

12. Um den Einfluß, welchen der in dem Cylinder enthaltene Luftkörper auf die Töne ausübt, näher kennen zu lernen, habe ich theils größere Ausflußöffnungen angewendet, theils den Raum, aus welchem die Luft ausströmt, beschränkt. Durch diese Versuche wurde der Einfluß des abgegränzten Luftvolumens entschieden nachgewiesen, denn

es zeigte sich in beiden Fällen, daß die durch den auf die obere Platte stossenden Luftstrom erzeugten Töne im Zusammenhange mit den Tönen stehen, welche man erhält, wenn man die in dem Glasylinder enthaltene Luftsäule durch Anblasen in stehende Schwingung versetzt. Ich benutzte zum Anblasen von solcher eingeschlossenen Luftsäule den in (Taf. II. Fig. 12) abgebildeten Apparat, welcher aus einer kurzen cylindrischen Blechröhre *AC* und einer daran gelötheten breitgeschlagenen Blechröhre *CB* besteht. Wenn ich das Ende *B* an die Oeffnung, an welcher ich den Luftkörper anblasen will, ansetze, und mit dem Munde einen bandförmigen Luftstrom über die Oeffnung treibe, so gelingt es durch verschiedene Haltung des Anblaserohres und durch verschieden starkes Anblasen eine Reihe von Tönen zu erhalten. Diese Töne werden, wenn die Ausflufsöffnung im Vergleich zu dem Luftvolumen im Cylinder nicht zu klein ist, auch durch den Luftstrom besonders leicht und wiederkehrend erzeugt, und zeichnen sich durch grössere Intensivität vor den übrigen aus. Bei hinreichend grosser Ausflufsöffnung stimmen die durch den Luftstrom erzeugten Töne fast ganz mit denen überein, welche durch das Anblasen erhalten wurden, wobei zu merken ist, daß bei dieser Einrichtung des Apparats die Töne nicht mehr in Folge der Aenderung des Luftdruckes oder der Plattendistanz allmählig höher oder tiefer werden, sondern plötzlich in einander überschlagen oder nur durch ein zwischen ihnen auftretendes Rauschen getrennt sind.

Die Verengung des Raumes, aus welchem die Luft durch die Ausflufsöffnung ausströmt, habe ich dadurch ausgeführt, daß ich die mit der Ausflufsöffnung versehenen Platten auf cylindrische Röhren von verschiedener Länge kittete, diese Röhren in eine geeignete Blechfassung (Taf. II. Fig. 6) hineinschob und mit der Blechfassung auf den Glasylinder setzte. Bei dieser Einrichtung ist anzunehmen, daß nicht mehr das den Glasylinder erfüllende Luftvolumen, sondern nur die in der Röhre enthaltene Luftsäule mitschwingt und auf die hier untersuchten Töne Einfluss

übe. Die Versuche wurden, abgesehen von der eingesetzten Röhre, in derselben Weise wie die in Tabelle II. mitgetheilten, bei verschiedener Plattendistanz und unter verschiedenem Luftdrucke angestellt. Die Weite der eingesetzten Röhre betrug 19 Mm. und ihre Länge war in der 1sten Versuchsreihe 115, in der 2ten 92, in der 3ten 68 Mm. Die Ausflußöffnungen waren wegen der Vergleichung mit den früheren Versuchen ebenfalls kreisförmig und hatten einen Diameter von 4 Mm. In einer 4ten Versuchsreihe hatte die eingesetzte Röhre eine Weite von 18 Mm. und eine Länge von 92 Mm., aber ihre Ausflußöffnung hatte einen Diameter von 8 Mm. Ich stelle diese Beobachtungen in 4 Tabellen zusammen, welche ganz dieselbe Einrichtung wie Tabelle II. haben.

Tabelle VI.

Versuche mit eingesetztem Rohre von 19 Mm. Weite, 111 Mm. Länge und kreisförmiger Ausflußöffnung von 4 Mm. Diameter.

Plattendistanz. Mm.	Luftdruck. Mm.	Beobachtete Töne.	Schwingungszahl.	Plattendistanz. Mm.	Luftdruck. Mm.	Beobachtete Töne.	Schwingungszahl.
1,6	8	$a^4$	6889	2,7	25	$c^4$	4096
	13	$d^3$	9195		1	$h^2$	1933
	20 — 24	$h^5$	15464	2,9	5	$h^3$	3866
	30 — 40	$d^5$	18390		5,5	$c^4$	4096
1,8	8 — 10	$a^4$	6889		6	$d^4$	4598
	15 — 17	$d^3$	9195		9	$e^4$	5161
	20 — 25	$h^5$	15464		11	$d^4$	4598
2,0	4,5	$d^2$	1149		15	$a^4$	6889
	5	$d^4$	4598		25 — 28	$c^5$	8192
	11	$a^4$	6889	3,1	1	$h^2$	1933
	12	$b^4$	7298		2	$cis^3$	2170
	16	$d^5$	9195		5 — 6	$c^3$	2048
2,2	4,5	$d^2$	1149		6,5	$cis^3$	2170
	5	$d^4$	4598		7	$d^3$	2299
	11	$a^4$	6889		10	$e^4$	5161
	16	$d^5$	9195		10,5	$f^4$	5467
2,7	1	$h^2$	1933		15 — 17	$a^4$	6889
	4 — 4,5	$h^3$	3866	3,8	1	$b^3$	1824
	5	$cis^4$	4339		2	$c^3$	2048
	5,5	$d^4$	4598		3	$d^3$	2299
	9	$e^4$	5161		7	$c^4$	4096
	11	$d^4$	4598		9	$d^4$	4598
	15	$a^4$	6889		10	$dis^4$	4871

Plat- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.	Plat- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.
3,8	22	$a^1$	6889	5,6	2	$h^3$	1933
4,5	1,2	$b^3$	1824		2,5	$c^3$	2048
	2	$h^3$	1933		3	$cis^3$	2170
	2,5	$c^3$	2048		4,5		2299
	5	$cis^3$	2170		5	$dis^3$	2435
	9	$e^4$	4096		10	$e^3$	2580
	10 — 11	$d^4$	4598		11	$f^3$	2734
	23	$d^4$	4598		32	$dis^4$	4971
5,6	1,5	$b^3$	1824				

Tabelle VII.

Versuche mit eingesetztem Rohre von 19 Mm. Weite und 92 Mm. Länge  
und kreisförmiger Ausflußöffnung von 4 Mm. Diameter.

Plat- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.	Plat- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.
1,3	25	$e^4$	5161	3,4	20	$fis^4$	5793
1,6	5	$d^3$	2299		30	$c^5$	8192
	18	$c^5$	8192	4,5	3	$d^3$	2299
	23 — 27	$e^4$	5161		4	$e^3$	2580
1,8	6	$e^4$ u. $d^3$	{ 5161 2299		7	$e^3$	2580
	14	$e^4$	4096		10	$e^3$	3068
	20	$c^5$	8192		15	$e^4$	5161
2,2	2	$d^3$	2299	5,6	20	$fis^4$	5793
	6	$e^3$ u. $e^4$	{ 1290 5161		2,5	$d^3$	2299
	14	$h^3$	3866		3	$e^3$	2580
	15	$e^4$	4096		5	$d^3$	2299
3,4	2	$d^3$	2299		7	$e^3$	2580
	2,5	$dis^3$	2435		10	$f^3$	2734
	3	$d^3$	2299	6,8	24 — 25	$e^4$	5161
	4	$f^3$	2734		3	$d^3$	2299
	5	$f^4$	5467		4	$e^3$	2580
	7	$e^2$	1290		5	$d^3$ u. $f^3$	{ 2299 2734
	9 — 10	$e^4$	5161		7	$f^3$	2734

Tabelle VIII.

Versuche mit eingesetztem Rohre von 19 Mm. Weite und 68 Mm. Länge  
und kreisförmiger Ausflußöffnung von 4 Mm. Durchmesser.

Plat- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.	Plat- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne	Schwin- gungs- zahl.
1,3	6	$f^3$ u. $a^4$	{ 2734 6889	5,6	2,5	$fis^3$	2896
	15	$f^3$	10935		5	$a^3$	3444
	40	$g^4$	6137		5,2	$f^3$	2734
1,6	6	$f^3$ u. $a^4$	{ 2734 6889	6,8	6	$fis^3$	2896
	15	$f^3$	10935		8	$g^3$	3068
	35 — 40	$fis^4$	5793		9 — 10	$a^3$	3444
2,0	0,5	$f^3$	2734	7,9	3	$fis^3$	2896
	1	$fis^3$	2896		4	$g^3$	3068
	7	$f^3$	2734		5	$a^3$	3444
	8	$a^4$	6889		7,0	$fis^3$	2896
	10	$b^4$	7298		7,1	$f^3$	683
2,2	13	$c^5$	8192	9,0	10	$a^3$	3444
	2 — 2,5	$f^3$ u. $fis^3$	{ 2734 2896		2	$f^3$	2734
	8 — 10	$a^4$	6889		3	$fis^3$	2896
	20 — 25	$d^5$	9195		4	$g^3$	3068
	2,9	$f^3$	2734		5	$b^3$	3649
2,9	3	$fis^3$	2896	10,1	8	$h^3$	3866
	4,5	$a^3$	3444		9	$f^3$	2734
	5	$fis^3$	2896		9 — 10	$b^3$	3649
	11	$a^4$	6889		2	$h^3$	3866
	2,5 — 3	$f^3$	2734		5	$cis^3$	2170
3,4	4	$fis^3$	2896	11,3	6	$g^3$	3068
	5	$a^3$	3444		10	$gis^3$	3251
	15 — 16	$a^4$	6889		12 — 13	$a^3$	3444
	25	$h^4$	7732		2	$h^3$	3866
	1,5	$f^3$	2734		2,5	$f^3$	1367
4,5	2	$fis^3$	2896	12,4	11	$cis^3$	2170
	3	$f^3$	2734		11,5	$a^3$	3444
	6	$a^3$	3444		2	$a^3$	1722
	8 — 9	$a^3$	3444		2,5	$f^3$	1367
	17 — 18	$b^3$	3649		4	$c^3$	2048
5,6	2	$f^3$	2734	13,5	5	$g^3$	3068
					6	$fis^3$	2896

Tabelle IX.

Versuche mit eingesetztem Rohre von 18 Mm. Weite und 92 Mm. Länge  
und kreisförmiger Ausflußöffnung von 8 Mm. Durchmesser.

Platt- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.	Platt- tendi- stanz. Mm.	Luft- druck. Mm.	Beobach- tete Töne.	Schwin- gungs- zahl.
1,1	7 — 10	$f^3$	2734	3,8	40	$c^5$	8192
	15	$f^3$	"	4,5	3	$f^3$	2734
	22	$f^4$	5467		4	$es^3$	2435
1,8	6	$f^4$	"		5	$e^3$	2580
	7 — 8	$f^3$	2734		7	$f^3$	2734
	10 — 12	$f^3$	"		9	$f^3$	"
	13 — 15	$f^3$ u. $f^4$	"		18 — 20	$f^4$	5467
	2	$f^3$	"		54	$c^5$	8192
2,5	7 — 9	$f^4$	5467	5,6	8	$e^3$	2580
	14 — 17	$f^3$ u. $f^3$	2734		9	$f^4$	5468
	20	$c^5$	8192		10	$f^3$	2734
	30 — 32	$f^3$	10935		25	$f^3$	"
	3	$f^3$	2734	6,8	5	$f^3$	"
3,1	9 — 10	$f^4$	5467		7	$g^3$	3068
	15	$g^3$	6137		8	$e^3$	2580
	30	$c^5$	8192		9 — 10	$f^3$	2734
	3,8	$f^3$	2734		11	$f^4$	5467
	14	$f^4$	5467				

13. Vergleicht man die in den letzten vier Tabellen enthaltenen Beobachtungen mit den oben in Tabelle II. mitgetheilten, so findet man, daß die Verkleinerung des unter der Ausflußöffnung vorhandenen Luftkörpers einen entschiedenen Einfluss nicht bloß auf die Höhe, sondern auch auf die Entstehung des durch den Luftstrom erzeugten Tones hat; denn nach Einsetzung des Rohres entstanden einerseits unter denselben Umständen andere wesentlich verschiedene Töne, andererseits reichte schon ein geringer Luftdruck bei den kleinsten Plattendistanzen hin, um eine Aufeinanderfolge von mehreren nicht all zu hohen Tönen zu erzeugen, während früher ohne Rohr bei denselben Plattendistanzen durch Anwendung eines viel größeren Luftdruckes nur einzelne sehr hohe Töne erhalten werden konnten. Die Mannigfaltigkeit der Töne ist nach der Einsetzung der Röhren nicht mehr so groß wie früher und zwar treten weniger Töne auf, wenn das eingesetzte Rohr kür-

kürzer ist oder eine gröfsere Ausflufsöffnung trägt. Der Gedanke, dafs die in den letzten Versuchsreihen vorherrschenden Töne im Zusammenhange mit den Tönen stehen möchten, welche man erhält, wenn die in den Röhren eingeschlossenen Luftsäulen in stehende Schwingungen versetzt werden, liegt sehr nahe, und ich habe mich von seiner Richtigkeit überzeugt, indem ich die einzelnen noch in den Cylinder eingesetzten Röhren an der Ausflufsöffnung mit Hülfe des oben erwähnten Blechrohres anblies. Ich fand, dafs das bei den in Tabelle VI. enthaltenen Versuchen angewandte Rohr beim Anblasen die Töne

$h^2$ ,  $c^3$ ,  $c^4$ ,  $d^4$  und  $a^4$  angab; aus dem Rohre in Tabelle VII. erhielt ich

$d^3$ ,  $e^4$  und  $f^5$  aus dem Rohre in Tabelle VIII.

$c^2$ ,  $f^3$ ,  $fs^3$  und  $a^4$  aus dem Rohre in Tabelle IX.

$e^3$ ,  $f^4$  und  $fs^4$ .

Ich habe hierbei noch zu bemerken, dafs der Ton  $c^2$ , welcher aus dem bei dem Versuche in Tabelle VIII. angewandten Rohre von 19 Millm. Durchmesser und 68 Mm. Länge erhalten wurde, nicht blofs durch die Schwingungen der eingeschlossenen Luftsäule entstanden seyn kann, sondern dafs der in dem Glasylinder enthaltene Körper offenbar dazu mitgewirkt haben mufs, wie auch daraus hervorgeht, dafs die aus dem Cylinder herausgenommene Röhre diesen tiefen Ton nicht mehr angab. Man wird beim Ueberblicken der vorstehenden Tabellen leicht bemerken, dafs die beim Anblasen der Röhren erhaltenen Töne unter den Tönen, welche durch den auf die obere Platte stofsenden Luftstrom erzeugt werden, entschieden vorherrschen. Um dies gehörig zu würdigen, mufs man aber beachten, dafs die untersuchten Töne einerseits oft leicht in die höhere oder tiefere Octave überspringen, andererseits oft durch eine allmähige Zu- oder Abnahme des Luftdruckes erst höher oder tiefer werden, bevor sie in einen andern Ton übergehen. Es beschleunigt nämlich der rascher ausfliessende



Luftstrom die Schwingungen der Luftsäule ähnlich wie das stärkere Anblasen von Aufsen, ohne sofort die Schwingungsart zu ändern, und deshalb sind die naheliegenden Töne, welche durch allmählig veränderten Luftdruck höher oder tiefer geworden sind, dem primitiven Tone beizuzählen. Auch bei den Versuchen, welche in der Tabelle II. zusammengestellt sind, zeichneten sich gewisse Töne durch Intensivität und leichtes Ansprechen aus, woraus zu schließen ist, daß das in dem Glasylinder enthaltene Luftvolumen auch im Vergleich zu der allerdings kleinen kreisförmigen Oeffnung von 4 Mm. Durchmesser noch nicht als unendlich groß betrachtet werden darf, sondern ab und zu selbst in stehende Schwingungen geräth und dadurch auch auf die durch den Luftstrom erzeugten Töne einen gewissen Einfluß ausübt.

Ich versuchte auch den mit der bezeichneten Ausflußöffnung von 4 Millm. Durchmesser versehenen Glasylinder durch Anblasen zum Tönen zu bringen. Es gelang mir, jedoch nur schwer und durch sehr vorsichtiges Anblasen aus demselben mehrere Töne hervorzulocken, nämlich  $g$ ,  $d^1+$ ,  $cis^3$  und  $cis^4$ , deren Schwingungszahlen in derselben Reihenfolge 283, 575, 2170 und 4339 sind. Die beiden tieferen Töne sprachen nur beim schwächsten Anblasen an, und waren sehr schwach, weshalb sie auch schwer zu bestimmen waren. Es dürfte nun anzunehmen seyn, daß der durch den auf die obere Platte stossenden Luftstrom erzeugte Ton die in dem Glasylinder enthaltene Luftsäule immer dann zum Mitschwingen bringt, wenn er durch die Abänderung der Plattendistanz oder des Luftdruckes eine solche Höhe erreicht hat, daß seine Schwingungszahl entweder gleich der Schwingungszahl von einem der durch das Anblasen der Luftsäule erhaltenen Töne ist, oder in einem einfachen Verhältnisse zu derselben steht. Im letzteren Falle würden dann mehrere Schwingungen des einen Tones auf eine Schwingung des andern kommen und würden dann entweder, wie es in der That sich bei den Beobachtungen oft gezeigt hat, wirklich zwei Töne wahrzuneh-

men seyn oder es würde einer der beiden Töne sich dem andern accomodiren. Durch das Zusammenklingen von zwei nicht zu unterscheidenden Tönen dürfte auch der eigenthümliche scharfe, trompetenähnliche Charakter, der an einzelnen Tönen oft bemerkt wurde, zu erklären seyn, wie auch das Schwirren und Schnarren, welches manchmal die Töne begleitete, wahrscheinlich auf dieselbe Weise entstanden ist.

Die mitschwingende Luftsäule hat ohne Zweifel auch auf die Höhe der beobachteten Töne Einfluss geübt, denn einmal in Schwingung versetzt, verharrt sie auch bei einem etwas veränderten Luftdrucke noch in demselben, so daß der durch den Stoß des Luftstroms erzeugte Ton gewissermaßen festgehalten wird und sich erst bei einer größeren Differenz des Luftdruckes ändert, als ohne den Einfluss der Luftsäule geschehen würde. Die Luftsäule hört dann, wenn sie nicht eine andere Schwingungsart annimmt, auf mitzuschwingen und der beobachtete Ton ist dann plötzlich schwächer.

14. Nachdem ich in dem Vorangehenden die Umstände, unter welchen die untersuchten Töne entstehen, nach allen Seiten hin möglichst sorgfältig betrachtet habe, kann ich zur Beantwortung der Frage schreiten, wie die primitiven Schwingungen, welche diese Töne erzeugten, hervorgerufen werden. Es bleiben nach den vorangehenden Betrachtungen nur noch zwei Annahmen übrig, nämlich, entweder: daß die rasch aufeinanderfolgenden Stöße der an die obere Platte prallenden Lufttheilchen die Töne erzeugen, oder daß die aus der Ausflußöffnung strömende Luft als ein von der umgebenden ruhenden Luft gesonderter Körper anzusehen ist, der durch den Stoß an den Rändern der in der obern Platte vorhandenen Oeffnung in Schwingungen versetzt wird, an welchen die in der Nähe befindlichen Luftkörper unter günstigen Umständen Theil nehmen. Für die erste Annahme spricht allerdings die oben gemachte Bemerkung, daß die Schwingungszahl der Töne im geraden Verhältnisse zur Ausflußgeschwindigkeit der Luft steht; doch dürfte bei

der in der Nähe der Ausflußöffnung vorhandenen Continuität des Luftstromes eine Aufeinanderfolge von einzelnen Stößen kaum denkbar seyn, und es müßte der Ton hier- nach sicherer und leichter erzeugt werden, wenn der Luftstrom erst in einer größeren Entfernung, wo er sich schon zu zertheilen beginnt, auf die obere Platte stößt. Ausserdem lehrt die Erfahrung, daß gar kein Ton entsteht, wenn der Luftstrom in irgend einer Entfernung auf die Mitte einer hinreichend großen Platte stößt, woraus folgt, daß nicht sowohl der Stoß gegen eine Fläche als die Reibung oder Streifung des Luftstromes an einer scharfen Kante zur Erzeugung des Tones erforderlich ist.

Deshalb möchte die zweite Annahme angemessener erscheinen, nach welcher der aus der Ausflußöffnung tretende Luftstrom als ein Stab angesehen wird, der sich fortwährend nach oben bewegt und an seinem Umfange durch Reibung in Longitudinalschwingungen versetzt wird. Es würde hier- nach diese Tonerzeugung Aehnlichkeit haben mit den Tönen der hölzernen Stäbe, welche man mit Colophonium einreibt und dadurch in Schwingung versetzt, daß man mit den Fingern an ihnen herunterstreicht. So wie der Stab kräf- tiger und sicherer anspricht, wenn man ihn rings umfaßt, als wenn man bloß mit einem Finger an ihm herunter- streicht, so geräth auch der Luftstrom entschiedener und kräftiger in Schwingungen, wenn er sich beim Durchgange durch die in der obern Platte vorhandene Oeffnung an seinem ganzen Umfange an dem Rande derselben reibt als in dem Falle, wo er nur an einer einzelnen Stelle an einer Spitze oder Kante vorbeistreift. Die Erfahrung be- stätigt dies nicht bloß bei runden Ausflußöffnungen; denn läßt man den Luftstrom durch einen langen schmalen Spalt ausfließen, so tönt er nur schwach, wenn man ihm bloß an den Enden eine Kante entgegen hält; der Ton wird dagegen schon viel stärker, wenn man den Luftstrom auf einer der breiten Seiten der ganzen Länge nach an einer Schneide vorbeistreichen läßt, und spricht am besten und schönsten an, wenn man auf beiden langen Seiten in glei-

cher Höhe Kanten nähert oder den Luftstrom durch eine Oeffnung streichen läßt, welche der Ausflußöffnung gleich ist.

Das vorzüglichste Bedenken, welches dieser Ansicht über die Entstehung der betrachteten Töne entgegengesetzt werden dürfte, möchte durch den Zweifel entstehen, ob eine bewegte Luftmasse in Beziehung auf die tönenden Schwingungen als ein von der umgebenden ruhenden Luft abgegränzter Körper angesehen werden könne. Meines Wissens liegen bis jetzt keine Erfahrungen vor, welche zur Aufstellung oder Lösung dieser Frage Veranlassung gegeben hätten, und auch ich fühle mich für jetzt außer Stande dieselbe entscheidend zu beantworten, doch will ich einige hierher gehörende Bemerkungen nicht zurückhalten.

15. Ein Analogon mit der Tonerzeugung in freier Luft bietet zunächst ein großes glattgehobeltes Brett, welches, wenn man mit einem oder mehreren Fingern rasch darüber hinstreicht, an den gestrichenen Stellen ebenso wie der Stab in Schwingung versetzt wird und einen meistens hohen Ton erzeugt. Hier schwingt und tönt bloß die geriebene Stelle, da die schwache und vorübergehende Erregung nicht im Stande ist, das ganze Brett in Schwingung zu versetzen, und es ist daher der Ton nicht von der Größe des Brettes, sondern nur von der Geschwindigkeit des Streichens abhängig. Aehnlich ist es, wenn man eine dünne Ruthe oder eine Degenklinge mit raschem Schwunge durch die Luft bewegt und dadurch die Luft, ohne sie in Bewegung zu versetzen, an den durchgehauenen Flächen durch Stofs oder Reibung in rasch vorübergehende Schwingungen versetzt und einen hohen Ton erzeugt<sup>1)</sup>, der um so höher ist, je rascher der Schlag ausgeführt wird. Bewegt sich die Luft mit derselben Geschwindigkeit gegen eine Schneide, so muß folgerichtig derselbe Ton entstehen, wie wenn die Schneide gegen die ruhende Luft bewegt wird, und daher auch um so höher seyn, je größer die Geschwindigkeit des Windes ist. Die Töne, welche der Wind auf diese

1) Das Pfeifen der Kugeln entsteht auf dieselbe Weise.

Weise erzeugt, sind aber sehr schwach und werden nur stärker, wenn die Kanten, gegen welche er stößt, größere Ausdehnung haben oder wenn Luftsäulen zum Mitschwingen gebracht werden. In meinem Apparate erzeugt der aus der Ausflufsöffnung tretende Luftstrom an den gestossenen Kanten der oberen Platte die primitiven Schwingungen ohne Zweifel auf dieselbe Weise. Die dadurch allein erzeugten Töne würden aber wegen der geringen Ausdehnung des Luftstromes und der gestossenen Kanten äusserst schwach seyn und würden auch nur von der Geschwindigkeit des Luftstromes, nicht aber auch von dem Abstände der obern Platte abhängen. Daher muss hier noch entweder der zwischen den Platten gelegene Theil des Luftstromes für sich oder überhaupt die zwischen den Platten befindliche Luft bis in eine gewisse Entfernung rings um die Ausflufsöffnung herum mitschwingen.

Um die Art und Weise, wie der aus der Ausflufsöffnung tretende Luftstrom in die umgebende Luft übergeht, kennen zu lernen, suchte ich den Luftstrom dadurch sichtbar zu machen, dass ich die Luft vor ihrem Austritte aus der Oeffnung mit Tabakrauch mischte. Ich habe diese Versuche schon im vorigen Jahre in Poggendorff's Annalen für Physik und Chemie, Bd. 85, S. 58 beschrieben und theile deshalb hier nur dasjenige mit, was in unmittelbarer Beziehung zu der besprochenen Tonerzeugung steht. Es zeigte sich bei diesen Versuchen, dass der durch Rauch sichtbar gemachte Luftstrom bei einem mässigen oder schwachen Luftdrucke, wie er zu der Erzeugung der Töne nothwendig ist, einen von der umgebenden Luft scharf abgegränzten continuirlichen Faden oder Strahl bildet, der erst in der Entfernung von ungefähr einem Zoll unruhig wird, sich zertheilt und mit der umgebenden Luft vermischt. Bei stärkerem Luftdrucke, also bei gröfserer Ausflufsgeschwindigkeit, verkürzt sich der zusammenhängende und ruhig ausfliefsende Theil des Luftstromes, gerade so wie dies bei einem aus einer Bodenöffnung ausfliefsenden Wasserstrahl

stattfindet, mit welchem überhaupt der Luftstrom auch in seinem übrigen Verhalten große Aehnlichkeit zeigt <sup>1)</sup>).

Läßt man den Luftstrom auch durch die in der obern beweglichen Platte vorhandene Oeffnung streichen, so wird an demselben keine Veränderung sichtbar, außer daß er an einzelnen Stellen, wo er wegen der nicht ganz vollkommenen Einstellung über den Rand der Oeffnung übergreift, zurückgeworfen wird. An dem unter der Platte befindlichen Theile des Luftstromes ist auch während des Tönens keine Bewegung oder Erzitterung zu bemerken, wie denn auch die Schwingungen viel zu rasch sind, als daß sie sichtbar seyn könnten. In Beziehung auf die Entfernung der beweglichen Platte von der Ausflußöffnung ist noch zu bemerken, daß nur dann noch deutliche Töne von bestimmter Höhe entstehen, wenn die Platte innerhalb des noch zusammenhängenden Theils des Luftstromes eingestellt wird, wogegen nur ein Rauschen entsteht, wenn die Platte von dem oberen Theile des Luftstromes getroffen wird. Hiermit stimmen auch die mitgetheilten Beobachtungen überein, denn dieselben zeigen, daß bei größerer Plattendistanz nur noch bei schwachem Luftdrucke Töne erzeugt werden, bei welchen der Luftstrom sich, wie oben bemerkt wurde, erst in größerer Entfernung der Ausflußöffnung zertheilt.

Diese Beobachtungen scheinen dafür zu sprechen, daß die erzeugten Töne von den Longitudinalschwingungen des scharf abgegränzten continuirlichen Theiles des zwischen den Platten enthaltenen Luftstromes <sup>2)</sup> herrühren, denn der Ton kann nach dieser Ansicht nicht entstehen, wenn der Körper, der ihn erzeugen soll, aufhört, ein homogenes Ganze zu seyn. Noch ein anderer Umstand spricht für dieselbe Ansicht. Die obere Platte nämlich, durch welche

1) Nach Savart entstehen beim Ausfließen des Wassers aus einer Bodenöffnung des Gefäßes auch Töne, deren Höhe der Ausflußgeschwindigkeit proportional ist.

2) Der durch die obere Platte hindurchgegangene Theil des Luftstromes hat keinen Einfluß auf den Ton, wie daraus hervorgeht, daß man von oben her einen Blechstreifen nähern kann, ohne daß der Ton aufhört oder auch nur irgend eine Modification erleidet.

der Luftstrom hindurchgeht, muß nicht aus harter, schwerer Substanz bestehen, sondern man kann statt derselben einen Streifen ganz feines Postpapier anwenden, in welchem man eine kreisförmige Oeffnung ausgeschnitten hat, und erhält doch noch dieselben Töne. Damit das Blättchen Postpapier nicht von dem anprallenden Luftstrome umgebogen oder fortgerissen werde, ist es rathsam, diese Oeffnung etwas größer zu machen, als die Ausflußöffnung ist. Man kann auch bei diesem Versuche ein mit einer Oeffnung versehenes Scheibchen von feinem Postpapier auf einen Korkring von der Dicke der zur Tonerzeugung erforderlichen Plattendistanz legen. Bei richtiger Einstellung der Oeffnung reißt der Luftstrom das leichte Papierscheibchen nicht fort, erzeugt dagegen dieselben Töne. Ab und zu hört man nur noch außerdem einen schnarrenden Ton, der von dem Erzittern des Blättchens und dem Aufschlagen desselben auf die Unterlage herrührt. Es ist hieraus jedenfalls zu schliessen, daß zu der besprochenen Tonerzeugung nur eine äußerst schwache Reibung an einem festen Körper, nicht aber eine Aufeinanderfolge von Stößen auf denselben erforderlich ist. Endlich ist noch als hierher gehörend zu bemerken, daß entweder gar keine oder doch nur sehr schwache, schwirrende Töne entstehen, wenn man den Luftstrom durch eine Röhre von der Weite der Ausflußöffnung ins Freie treten und auf die darüber gehaltene Platte stoßen läßt. Diese Ausflußröhre braucht gar nicht lang zu seyn, sondern es reicht eine Länge derselben von einem Zoll hin, um die Entstehung der Töne zu verhindern. Es wird durch den Stofs auf den Rand der in der oberen Platte vorhandenen Oeffnung nur noch ein Rauschen hervorgebracht, wie es auch entsteht, wenn die bewegliche Platte zu weit von der Ausflußöffnung entfernt ist.

Das Ausbleiben der Töne in diesem Falle, welches auf den ersten Blick überraschend erscheinen kann, dürfte am leichtesten und einfachsten durch die Annahme erklärt werden, daß der durch das Rohr ausfließende Luftstrom sich gleich bei seinem Austritte zu zertheilen anfängt und kei-



nen solchen ruhig fließenden continuirlichen Theil enthält, wie er zur Bildung der Töne erforderlich ist.

Nach dem Vorangehenden dürfte die Annahme, daß der zwischen den Platten befindliche Theil des Luftstromes als ein gesonderter Luftkörper zu betrachten sey, der Longitudinalschwingungen macht und dadurch tönt, schon einige Wahrscheinlichkeit gewinnen, doch werden über das Verhalten von solchen durch die Bewegung isolirter Luftmassen noch andere Erfahrungen gesammelt werden müssen, bevor dieselben anerkannt werden können.

16. Da bei den beschriebenen Versuchen die Ausflußöffnung immer in dünner Wand sich befand, so habe ich, um die Untersuchung der beim Ausströmen der Luft entstehenden Töne zu vervollständigen, noch den Fall zu betrachten, wo die Luft durch eine in einer dicken Wand angebrachte Oeffnung ausströmt. Dieser Fall wird dadurch interessant, daß nicht bloß die oben beschriebenen Töne durch den auf die obere Platte stoßenden Luftstrom erzeugt werden, sondern auch beim bloßen Ausfließen der Luft schöne und kräftige Töne von bestimmter Höhe entstehen, ohne daß eine Platte über die Ausflußöffnung gehalten wird. Um diese Töne zu erhalten, ist in der Regel ein stärkerer Luftdruck erforderlich, als zur Erzeugung der früher betrachteten Töne angewendet werden mußte, und außerdem muß zwischen der Größe der Ausflußöffnung, der Dicke der Platte, in welcher dieselbe ausgeschnitten ist, und der Luftsäule unterhalb der Ausflußöffnung ein zweckmäßiges Verhältniß stattfinden. Um diese Töne sicher zu erhalten, ist keineswegs ein complicirter Apparat erforderlich. Man nimmt eine Röhre aus beliebiger Substanz, z. B. Glas, Holz, Pappe, Metall, befestigt an dem einen Ende derselben eine 2 bis 3 Millm. dicke Platte, durch welche man eine cylindrische Ausflußöffnung so gebohrt hat, daß auf beiden Seiten scharfe Ränder entstehen, und bläst mit dem Munde durch das Rohr. Die auf diese Weise erhaltene Pfeife ist die einfachste, welche denkbar ist, und spricht an, sowohl wenn man die Luft durch sie

hindurchtreibt, als auch, wenn man die Luft einsaugt. In Taf. II. Fig. 13 ist ein solcher Apparat im Durchschnitt abgebildet.

Ich habe zunächst zu bemerken, daß die Platte aus beliebiger Substanz angefertigt werden kann, denn diese Pfeifen sprechen gleich gut an, wenn jene Platte aus Holz, Blei, Zinn, Gutta-Percha oder Korkholz bestand. Ferner braucht die Ausflußöffnung nicht gerade kreisförmig zu seyn, sondern es tönen solche Apparate mit drei- und viereckiger Ausflußöffnung ebenso gut. Ist die Platte etwa nur 1,5 bis 2 Millm. dick, so ist es wesentlich, daß die Ränder der Ausflußöffnung scharf seyen, denn macht man diese Ränder stumpf, so tönen die Apparate nicht mehr, die ihren Ton vorher leicht und sicher angegeben haben. Wenn die Platte dagegen dicker ist, so kann man die Ränder etwas abrunden, muß aber dann etwas stärker blasen, um den Ton noch zu erhalten. Bei dicken Platten kann man statt der cylindrischen Ausflußöffnung auch eine konische anwenden, die sich nach Aufsen erweitern muß (Taf. II. Fig. 14), wenn man den Ton beim Durchblasen erhalten will. Befestigt man die Platte mit der konischen Ausflußöffnung umgekehrt an die Röhre (Taf. II. Fig. 15), so entsteht der Ton beim Einsaugen der Luft oder wenn man den Apparat von Oben anbläst. Die Innenwand der cylindrischen Oeffnung braucht ferner nicht glatt zu seyn, sondern kann mit Riffen oder Schraubengängen versehen seyn. Der mit der Schraubenmutter erzeugte Ton, dessen Beobachtung mich zu dieser Untersuchung veranlaßte, findet also hier seine Erklärung.

Bei der Erzeugung dieser Töne schwingt die unterhalb der Ausflußöffnung befindliche Luftsäule offenbar mit und zwar ebenso wie in einer offenen Labialpfeife, denn die Höhe des Tons hängt von den Dimensionen der Röhre ebenso ab, wie bei einer Labialpfeife. Die folgenden Bemerkungen lassen darüber keinen Zweifel: 1) Der Ton des Apparats ist derselbe, welchen man erhält, wenn man die Röhre wie einen Schlüssel anbläst; 2) wenn man die

untere Oeffnung der Röhre verengt, so wird der Ton tiefer; 3) dasselbe Rohr giebt mit einer kleineren Ausflussoffnung einen etwas tieferen Ton; 4) durch verstärktes Blasen erhält man dieselben Flageoletttöne wie bei einer Labialpfeife.

Um noch über die Dimensionen der von mir construirten Apparate, so wie über die mit denselben erzeugten Töne und den dazu erforderlichen Luftdruck nähere Auskunft zu geben, stelle ich in der folgenden Tabelle X. die mit einigen solcher einfachen Pfeifen angestellten Versuche zusammen. In der ersten Columnne habe ich die laufende Nummer der angewendeten cylindrischen Röhren, in der zweiten ihre Länge, in der dritten ihre Weite in Millimetern angegeben. In der vierten Columnne ist die Substanz bezeichnet, aus welcher die an dem einen Ende der Röhre befestigte, mit der Ausflussoffnung versehene Platte besteht. In der fünften Columnne ist die Dicke der Platte, in der sechsten die Gestalt der Ausflussoffnung, in der siebenten die Länge des Durchmessers oder der Seiten derselben angegeben. Die achte Columnne enthält die im Manometerrohre des Luftreservoirs (Taf. II. Fig. 4), auf welches die Pfeifen gesetzt wurden, abgelesene den Luftdruck messende Wasserhöhe in Millimetern. In der neunten Columnne habe ich die dem Luftdruck entsprechenden Töne angegeben und in der zehnten ihre Schwingungszahlen beigesetzt.

Tabelle X.

Nro. der Röhre.	Länge der Röhre. Mm.	Weite der Röhre. Mm.	Substanz der Platte.	Dicke der Platte.	Gestalt der Ausfluß- öffnung.	Durchmesser oder Seite. Mm.	Luftdruck, Mm.	Beobachtete Töne.	Schwingungs- zahl.
1	333	28	Holz.	3,7	Kreis.	11,7	3 12—14 22—25 2	a <sup>1</sup> a <sup>2</sup> a <sup>3</sup>	861 1722 2580
	"	"	Holz.	7,5	Kreis.	11,7	4—5 10 11—15 16—20 30	g <sup>is</sup> <sup>1</sup> g <sup>is</sup> <sup>2</sup> c <sup>1</sup> c <sup>2</sup> c <sup>3</sup>	812 1625 4096 2580 3444
2	175	11	Blei.	1,5	Kreis.	3,6	10 20	c <sup>4</sup> c <sup>5</sup> — d <sup>1</sup>	4096 3068 4598
3	"	"	Blei.	1,5	Rechteck.	{2,7 6,7	15 30	g <sup>is</sup> <sup>1</sup> d <sup>is</sup> <sup>1</sup>	3251 4871
	115	11	Blei.	1,5	Kreis.	3,6	5—7 15—24 55—60 20—25 65—70	c <sup>is</sup> <sup>2</sup> + c <sup>is</sup> <sup>3</sup> c <sup>is</sup> <sup>4</sup> c <sup>5</sup> — d <sup>1</sup>	2170 4339 8192 4598
4	126	"	Blei.	1,5	Rechteck.	{2,7 6,9	20—25 20—25	c <sup>is</sup> <sup>5</sup> d <sup>1</sup> + d <sup>1</sup> —	8679 4598
5	74	7,5	Zinn.	1,2	Kreis.	2,8	38—43 10—15 40—44	a <sup>3</sup> a <sup>3</sup> a <sup>4</sup>	6889 3444 6889
6	61	6,8	Gutta - Percha Blei.	2 1,2	Kreis.	2,5 2,8	9 11 15	c <sup>4</sup> — c <sup>4</sup> d <sup>1</sup>	4096 4598 4871
7	39	5,5	Blei.	1,2	Gleichseitiges Dreieck.	3,4	36—38 30—35 40—50 75—80 14—30 6,4—7,5	c <sup>5</sup> g <sup>4</sup> a <sup>4</sup> a <sup>5</sup> f <sup>5</sup>	8192 6137 6889 13777 10935 21870
8	20	5,5	Zinn.	2	Kreis.	3			

Bei diesen Versuchen war der Kanal der Ausflußöffnung immer cylindrisch oder prismatisch. Verbindet man die Röhre mit einer Platte, deren Ausflußöffnung sich nach Außen konisch erweitert, so erhält man im Wesentlichen dieselben Töne; nur sprechen die tieferen Töne, welche der Schwingung der ganzen in den Röhren enthaltenen Luftsäulen entsprechen, besser an. Die Röhre No. 2 giebt z. B. mit den angewendeten Bleiplatten den Grundton der Luftsäule nämlich  $g^2$  nicht an; versieht man sie dagegen mit einer konischen Ausflußöffnung, so erhält man bei einem Luftdrucke von 8 — 15 Millm. Wasserhöhe  $g^2$ , bei 32 — 40 Millm. Wasserhöhe  $g^3$ . Die angewendete konische Ausflußöffnung ist in einer Korkplatte von 6 Millm. Dicke so ausgeschnitten, daß der untere kleinere Kreis des Kegelstumpfes einen Durchmesser von 4,5 Millm., der obere größere einen Durchmesser von 8 Millm. hat.

Die meines Erachtens einzig mögliche Erklärung dieser Tonerzeugung ist sehr einfach und steht in naher Beziehung zu der oben gegebenen Erklärung der durch den auf die Kanten einer Platte stoßenden Luftstrom erzeugten Töne. Es ist nämlich anzunehmen, daß der Luftstrom bei seinem Durchgange durch die cylindrische oder konische Ausflußöffnung sich entweder an dem zweiten Rande oder an der ganzen inneren Fläche derselben reibe und dadurch in Longitudinalschwingungen versetzt werde, welche von der angränzenden in dem Rohre enthaltenen Luftsäule gleichfalls angenommen werden. Die Schwingungen, welche der durch die in dicker Wand enthaltene cylindrische oder konische Oeffnung gehende Luftstrom annimmt, müssen viel intensiver seyn als diejenigen, in welche er durch den Stoß auf die über ihn gehaltene Platte versetzt wird, weil er im ersten Falle größeres Luftvolume zum Mitschwingen veranlaßt und dadurch tiefere und stärkere Töne erzeugt. Nur wenn ich größere Ausflußöffnungen anwendete und unter einem sehr schwachen Luftdrucke den Luftstrom auf die in größerer Distanz eingestellte obere Platte stoßen ließ, gelang es mir, die in dem Glaszylinder enthaltene

ganze Luftsäule mitschwingen zu lassen und dadurch tiefe Töne zu erzeugen; dagegen traten diese sicher und viel stärker auf, wenn ich die Wand dadurch verdickte, daß ich einen niedrigen Ring von Metall oder Kork über die Oeffnung legte. Besonders sicher entstanden diese tiefen Töne, wenn die Oeffnung des Ringes sich nach oben konisch erweiterte.

17. Um die Gränzen dieser Abhandlung nicht zu überschreiten, muß ich es mir versagen, auf diese Tonerzeugung noch genauer einzugehen; ich kann aber nicht unterlassen, von dem durch die vorangehende Untersuchung gewonnenen Standpunkte aus einige Blicke auf ein Paar längst bekannte akustische Erscheinungen zu werfen. Zunächst ließen sich jetzt die Umstände genauer angeben, unter welchen der Druck des Windes in Gebäuden die bekannten pfeifenden und heulenden Töne erzeugt. Die mit dem doppelten Blasebalg und dem beschriebenen Apparat erzeugten Töne erinnerten auch oft, wenn der Druck der Luft allmählig gesteigert oder ermäßigt wurde, an das Pfeifen und Heulen des Windes. Es würde aber eine müßige Beschäftigung seyn, die Gestalt der Ritze und Spalten zu beschreiben, durch welche die eindringende Luft pfeifend hindurchgehen mußte. Ich begnüge mich daher bloß mit der Andeutung, daß bei dem im Zimmer bemerkten Heulen des Windes die offenen Schlüssellocher eine Hauptrolle spielen und daß man mit Recht auf Verstärkung des Windes schielte, wenn der durch ihn erzeugte Ton höher wird.

Von größserem Interesse ist die Betrachtung der pfeifenden Töne, welche man mit dem gespitzten Munde hervorbringen kann, das sogenannte Pfeifen mit dem Munde. Nach meiner Ansicht entstehen diese Töne nicht durch ein Erzittern der Lippen, sondern auf dieselbe Weise, wie in dem zuletzt beschriebenen Apparate. Die Röhre ist die Mundhöhle und die Ausflußöffnung wird von den zusammengepressten Lippen gebildet. Die Geschicklichkeit im Pfeifen besteht darin, daß man den Lippen die gehörige Stellung giebt, die Mundhöhle durch die Haltung der Zunge

zur Erzeugung der verschiedenen Töne gehörig verengt und erweitert und den Luftstrom mit dem erforderlichen bald stärkeren bald schwächeren Drucke durch den von den Lippen gebildeten Kanal hindurchtreibt. Beobachtet man die Haltung, welche man zur Erzeugung der Pfeiftöne den Lippen geben muß, genauer, so bemerkt man, daß der *Musculus orbicularis* oder *Sphincter oris* dabei so zusammengezogen wird, daß die Lippen dadurch ordentlich steif und hart werden und daß an ihnen nach der inneren Seite ein hart anzufühlender Rand hervortritt. Schon hierdurch dürfte der Einwand, daß die Lippen zu weich sind, entkräftet werden; doch lehrt auch noch die Erfahrung, daß obige Apparate ihren Ton noch sehr gut erzeugen, wenn die Platte, welche die Ausflußöffnung enthält, aus ziemlich weicher Substanz, wie Kork, Leder, Gutta-Percha oder Gummi elasticum besteht.

Daß das Pfeifen mit dem Munde auf dieselbe Weise wie in jenen Apparaten entsteht, läßt sich auch vorzüglich aus dem ähnlichen Verhalten der erzeugten Töne schließen. Man kann nämlich auch die Pfeiftöne mit dem Munde sowohl beim Ausstoßen als auch beim Einsaugen der Luft erzeugen. Ferner ist hier gleichfalls zur Erzeugung von höheren Tönen ein stärkerer unter größerem Drucke erzeugter Luftstrom erforderlich und endlich vergrößert man durch Zurückziehen der Zunge den Raum der Mundhöhle, wenn man tiefere Töne erzeugen will, schiebt dagegen die Zunge nach vorn, wenn höhere Töne hervorgebracht werden sollen. Durch die gemeinschaftliche Anwendung dieser Mittel d. h. durch Anwendung eines stärkeren oder schwächeren Druckes beim Ausstoßen der Luft und durch Verengung und Erweiterung des Raumes im Munde, in welchem die Luft mitschwingt, ist man im Stande innerhalb zwei bis drei Octaven Töne von beliebiger Höhe hervorzubringen und rasch zu verändern. Die Gränze für die tiefen Töne ist durch die Größe der Mundhöhle von selbst gegeben, während sich der Umfang des Pfeifregisters nach oben hin durch Uebung eher erweitern läßt. Die mit dem Munde



hervorzubringenden Töne liegen etwa zwischen  $c^2$  und  $c^3$  bis  $d^3$ .

Zum Schluss bemerke ich noch, daß die Resultate der vorstehenden Untersuchung auch über die Erzeugung der Töne in Labialpfeifen manche Aufklärung versprechen, denn einige hier auffallende und unerklärliche Erscheinungen treten auch bei den von mir untersuchten Tönen auf und dürften auf dieselbe Weise zu erklären seyn. Es ist beim Anblasen der Orgelpfeifen wie bei der Entstehung der hier untersuchten Töne wesentlich, daß der Luftstrom gegen eine Kante stofse; die Stärke des Luftstromes hat in beiden Fällen denselben Einfluß. Setze ich eine Orgelpfeife mittelst einer von den oben erwähnten Blechfassungen auf den als Luftreservoir dienenden Glaszylinder und blase dieselbe unter verschiedenem Luftdrucke an, so entstehen, aufser den Normaltönen und den durch Ueberblasen erhaltenen Flageoletttönen, bei schwächerem Luftdrucke noch mehrere Reihen von Tönen, die den von mir untersuchten Tönen ähnlich sind. Der Abstand der Kante der Aufschnittsöffnung von der Ausflussspalte hat bei den Labialpfeifen einen ähnlichen Einfluß wie die Plattendistanz bei meinem Apparate.

Ich muß mich, um die Gränzen dieser Abhandlung nicht zu überschreiten, mit diesen Andeutungen begnügen und werde bei einer anderen Gelegenheit auf diese Erscheinungen genauer eingehen.

IV. *Erwiderung auf die Bemerkungen von Hrn. Clausius; von H. Helmholtz.*

**H**err Clausius greift in diesen Annalen Bd. LXXXIX, S. 568 einige Stellen meiner Schrift über die Erhaltung der Kraft an. Bei dem ersten Punkte, den er behandelt, die Ableitung des Gesetzes der Wärmeentwicklung bei elektrischen Entladungen aus dem Principe von der Erhaltung der Kraft betreffend, ist seine Polemik durch ein vollständiges Mißverständniß dessen, was ich gemeint und ausgesprochen habe, bedingt.

Ich soll nämlich von der irrigen Ansicht ausgegangen seyn, das, was ich Potential einer Masse auf sich selbst genannt habe, sey gleich der gethanen Arbeit, während es doch in Wahrheit doppelt so groß ist, und als Beleg dafür citirt Clausius auf S. 569 seines Aufsatzes eine Stelle aus S. 39 meiner Schrift so, als hätte ich diese Stelle allgemeingültig hingestellt, während ich ihr vielmehr besondere Annahmen vorausgeschickt habe, welche Bedingungen ihrer Gültigkeit sind. Wenn aber auch meine Worte in jener Stelle vielleicht einen Zweifel erregen konnten, so habe ich doch auf der folgenden Seite den auch von Clausius citirten mathematischen Ausdruck für die durch zwei elektrisirte Körper repräsentirte Arbeit gegeben, aus der meine Ansicht über diesen Punkt jedenfalls ganz unzweideutig zu entnehmen war. Man braucht nur den einen der beiden Körper als unendlich groß und unendlich entfernt anzunehmen, so erhält man die Arbeit, welche der elektrischen Vertheilung in dem anderen Körper entspricht, gleich dem halben Potentiale seiner Elektricität auf sich selbst, also übereinstimmend mit Clausius gleich dem, was dieser ganzes Potential genannt hat. Ich habe diese Folgerung an jener Stelle nicht ausdrücklich ausgesprochen, weil wir es, streng genommen, nie mit einem elektrischen Körper allein zu thun haben, sondern stets min-

destens mit zweien, von denen der zweite die Erde seyn kann. Doch findet sich die genannte Folgerung für ganz analoge Verhältnisse bei Magneten auf S. 63 meiner Schrift, wo ausdrücklich das halbe Potential eines Magneten auf sich selbst als Maass der Arbeit anerkannt wird.

Meine Beweisführung geht nicht von einer falschen Annahme über das Arbeits-Aequivalent des genannten Potentials aus, sondern hat im Gegentheile den Zweck, dieß Arbeits-Aequivalent erst zu finden. Bei einer Bewegung zweier elektrisirten Körper ohne Aenderung der Vertheilung ist, wie ich unmittelbar vorher gezeigt habe, der Gewinn an Arbeit der Differenz des Potentials der elektrischen Massen auf einander gleich. Jetzt mußte auch der Arbeitsgewinn bei Aenderung der Vertheilung gefunden werden. Dieß geschah durch die Betrachtung eines Falls von Entladung, wobei ich die wirkende Elektricität so in vier elektrische Massen eintheilte, daß die Arbeit, welche bei der Entladung durch Vertheilungsänderungen dieser vier Massen entstand, gleich Null war, indem nämlich zwei von diesen vier Massen ihren Platz und ihre Vertheilung behielten, zwei andere von gleicher Größe und entgegengesetztem Zeichen beides vertauschten, wodurch offenbar keine Arbeit gewonnen oder verloren wird. Es wurde dadurch also ein Fall von Bewegung mit Vertheilungsänderung auf einen ohne Vertheilungsänderung zurückgeführt, und es konnte deshalb die gewonnene Arbeit gleich der Differenz der Potentialsumme gesetzt werden. Allerdings habe ich den Grund, warum letzteres geschehen könnte, dem Leser zu ergänzen überlassen. Wenn Herr Clausius meinen Beweis in diesem Sinne ansieht, wird er ihn, denke ich, richtig finden.

Zweitens nimmt Clausius Austofs daran, daß ich eine von Vorsselman de Heer aus den Versuchen von Riefs gezogene Folgerung aufgenommen habe, welche eine unerlaubte Verallgemeinerung der durch die Versuche gewonnenen Resultate enthalte. Er hat nicht bemerkt, daß ich dabei selbst auf den Aufsatz von Riefs verwiesen

habe, welcher die Bedenken gegen eine solche Verallgemeinerung enthält. Ich habe also nichts Unsicheres als sicher, und nichts Lückenhaftes als vollständig ausgeben wollen. In seiner eigenen Untersuchung der Sache gelangt Clausius zu dem Resultate, daß die Schlußweise von Vorsselman de Heer, die ich, indem ich sie citirte, mindestens als berücksichtigenswerth bezeichnet hatte, für den vorliegenden Zweck vorläufig ganz unbrauchbar sey. Es könnte also scheinen, als sey ich ganz unberechtigt gewesen, auf jene Folgerungen hinzuweisen. Indessen bitte ich zu bemerken, daß Clausius zu dieser vollständigen Verwerfung nur dadurch kommt, daß er schliesslich auch das von Riefs aus seinen Versuchen abgeleitete Gesetz als unsicher verwirft. Hebt man die thatsächliche Grundlage auf, so fallen natürlich auch alle Folgerungen daraus zusammen. Wir wollen zunächst also festzustellen suchen, was von den Schlüssen von Vorsselman de Heer stehen bleibe und für unseren Zweck brauchbar sey, wenn wir die Gesetze von Riefs so weit als gültig betrachten, wie dieser es selbst als erlaubt ansieht, und außerdem nur dieselbe Annahme als wahrscheinlich beibehalten, welche Clausius selbst anwendet, wo er aus dem theoretischen Principe zu folgern sucht, daß die Wärmeentwicklung in den einzelnen Theilen des Schließungsdrahtes dem Producte aus Quantität und Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie proportional seyn müsse, die Annahme nämlich, daß bei Schließungsbögen von großer reducirter Länge gegen die in den continuirlichen Theilen des Schließungsbogens entwickelte Wärmemenge die Arbeits-Aequivalente der übrigen Entladungsvorgänge verschwinden. Diese Annahme ist in der That deshalb höchst wahrscheinlich richtig, weil die im ganzen continuirlichen Theile des Schließungsbogens entwickelte Wärme bei wachsender Länge desselben nach den Gesetzen von Riefs fortdauernd wächst, und alle übrigen bekannten Entladungswirkungen dagegen fortdauernd abzunehmen scheinen. Unter diesen Umständen können wir folgern, daß mindestens bei Schließungsbögen

von sehr großer reducirter Länge und einer beschränkten Anzahl von Verbindungsstellen verschiedener Metalle, die bei der Entladung entwickelte Wärme bis auf verschwindend kleine Theile von der Länge, Verzweigung und Zusammensetzung des Bogens unabhängig sey. Ist  $w$  die reducirte Länge des continuirlichen Theils des verzweigten oder unverzweigten Leitungsdrahtes,  $\vartheta$  die in diesem Theile entwickelte Wärme,  $q$  die Quantität der Elektrizität in der Batterie, und  $s$  die Zahl der gleich construirten Leydener Flaschen, so ist nach Riefs

$$\vartheta = \frac{aw}{b+w} \cdot \frac{q^2}{s}$$

wo  $a$  und  $b$  Constanten sind. Wird nun bei wachsender Größe von  $w$  nicht gleichzeitig die Zahl der Verbindungsstellen verschiedener Metalle vermehrt, so wird sich nach den obigen Voraussetzungen eine Größe von  $w$  erreichen lassen, wo die Wärmeentwicklung in den Verbindungsstellen, im Funken, in den Belegen der Flaschen und andere Arbeits-Aequivalente gegen  $\vartheta$  verschwindet,  $\vartheta$  also bis auf unmerklich kleine Quantitäten die ganze entwickelte Wärme repräsentirt. Ferner wird sich  $w$  auch so groß machen lassen, daß  $b$  dagegen verschwindet, dann wird

$$\vartheta = a \frac{q^2}{s}$$

wie es das theoretische Gesetz verlangt.

Dagegen will ich Clausius gern zugeben, daß wir nicht durch thatsächliche Beweise entscheiden können, ob bei den Versuchen von Riefs die gemachten Voraussetzungen erfüllt waren, weder ob die Theile der Arbeit verschwanden, welche nicht dem Gesetze der Wärmeentwicklung in linearen Leitern von constantem Widerstande folgen, noch auch ob die Größe  $b$  wirklich, wenn von ihr die reducirten Längen der constanten Theile des Schließungsbogens ab und zu  $w$  hinzugerechnet wurden, gegen  $w$  verschwindend klein war. Setzen wir das theoretische Gesetz, das aus der Aequivalenz von Wärme und mechanischer Kraft hergeleitet ist, als richtig voraus, so folgt

daraus allerdings, dafs, so weit die Versuche von Riefs sich der von ihm daraus abgeleiteten Formel fügen, die gesammte Arbeitsleistung in den nicht untersuchten Theilen der Leitung aequivalent seyn muste der Wärme, welche durch die Entladung in der reducirten Länge  $b$  zu entwickeln war. Denn die ganze zu leistende Arbeit ist

$$a \cdot \frac{q^2}{s},$$

die in den linearen Leitungen vom Widerstande  $w$  entwickelte

$$\frac{aw}{b+w} \cdot \frac{q^2}{s},$$

also die Differenz beider

$$\frac{ab}{b+w} \cdot \frac{q^2}{s},$$

d. h. gleich der Wärme, welche in der reducirten Länge  $b$  zu entwickeln wäre. Während also durch das aus den Versuchen hergeleitete Gesetz, wenigstens theilweise, für grofse Werthe von  $w$ , wo die etwa vorhandenen störenden Umstände verschwinden musten, das allgemeine Princip bestätigt wird, macht letzteres wieder wahrscheinlich, dafs unter den Bedingungen, wo jene Versuche angestellt sind, entweder keine unbekannten Umstände einen merklichen Einflufs hatten, oder dafs sie, wenn sie wirksam waren, auch mit unter jenes empirische Gesetz fielen.

Clausius deutet in seinem Aufsatze an, dafs eine solche Schlußfolgerung, wie ich sie eben gezogen habe, möglich sey; doch läfst er sich nicht darauf ein, sie zu ziehen, weil ihm die Richtigkeit der empirischen Formel von Riefs zweifelhaft erscheint. Er macht darauf aufmerksam, dafs die allerdings kleinen Abweichungen zwischen der Formel und den Beobachtungen ein constantes Gesetz zu befolgen scheinen. Indessen ist dies fast allgemein bei den Beobachtungsreihen von Riefs mit dem elektrischen Thermometer der Fall. Die stärkeren Erwärmungen sind fast immer kleiner gefunden, als sie nach der Rechnung seyn sollten, was davon herrühren mag, dafs der Wärmeverlust

im Thermometer bei höheren Temperaturunterschieden verhältnißmäßig stärker war. Indessen sind die Abweichungen überall so gering, daß wir bei der großen Schwierigkeit dieser Versuche deshalb wohl noch keinen Verdacht gegen die Gesetze zu schöpfen brauchen. Mindestens sehe ich keinen Grund, den einen Factor der Formel, welcher vom Widerstande abhängig ist, mehr zu bezweifeln, als den von der Ladung abhängigen, welchen Clausius für seine Folgerungen benutzt. Indessen wenn er geneigt ist, die Uebereinstimmung der Versuche mit jenem ersten Theile des Gesetzes für einen bloßen Zufall zu halten, so läßt sich darüber natürlich nicht weiter mit ihm rechten. Ich bin gern geneigt, jeden Zweifel, der uns stets dazu führen kann, die Thatfachen genauer festzustellen, zu ehren; aber wir müssen uns dadurch nicht verhindern lassen, uns die Consequenzen solcher Gesetze klar zu machen, die durch eine lange Reihe von Thatfachen so weit erwiesen sind, als es zur Zeit möglich erscheint.

Clausius neigt sich in dieser Sache zu der Annahme, daß die bisher nicht untersuchten Theile der Arbeit einen beträchtlichen Theil der Gesamtwirkung bilden. Mir schien aus der Uebereinstimmung des theoretischen und empirischen Gesetzes das Gegentheil wahrscheinlicher. Indessen da es an factischen Entscheidungsmitteln ganz fehlt, ist es unnütz über die größere oder geringere Wahrscheinlichkeit der einen oder der anderen Annahme zu streiten. Ich kann es deshalb wohl unterlassen, gegen die Wahrscheinlichkeitsgründe, welche Clausius vorgebracht hat, Einwendungen zu machen und andere dagegen zu stellen, besonders da eine Entscheidung der Hauptpunkte durch Versuche nicht eben allzu schwer erscheint.

Der dritte Punkt, den Clausius angegriffen hat, betrifft den Beweis des folgenden allgemeinen Satzes: *das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft gilt nur da, wo die wirkenden Kräfte sich auflösen lassen in Kräfte materieller Punkte, welche in der Richtung der Verbindungslinie wirken, und deren Intensität nur von der Entfernung*



abhängt. Wir wollen auf solche Kräfte allein den besonderen Namen Centralkräfte anwenden, wie es in meiner Schrift schon geschehen ist.

Ich gehe in meiner Schrift zuerst die bekannte analytische Folgerung, daß in einem solchen Falle Richtung und Gröfse der auf einen der materiellen Punkte wirkenden Gesamtkraft nur Function von Raumgrößen (Coordinationen) nicht von Zeit, Geschwindigkeit u. s. w. seyn können. Dieser Theil des Beweises läßt sich ausführen, ohne die auf den betrachteten Punkt wirkende Gesamtkraft in ihre einzelnen Theile aufzulösen, die den einzelnen wirkenden Punkten angehören. Der Grund, warum es nicht ganz unwichtig erscheint, die Theile der Folgerungen besonders hinzustellen, welche eine solche Auflösung nicht erfordern, wird weiter unten erhellen.

Um die Kräfte zu finden, mit denen zwei einzelne materielle Punkte gegen einander wirken, muß ich natürlich das System aufgelöst denken, und zwei solche Punkte allein betrachten. Dieser Theil des Beweises kann übrigens von dem ersten ganz unabhängig gemacht werden, und auf ihn beziehen sich die Einwürfe von Clausius. Er behauptet nämlich, ich hätte aufser der Annahme, daß die Erhaltung der lebendigen Kraft statfinde, noch eine zweite Annahme gemacht, die nämlich, daß die Gröfse der Kraft Function der Entfernung sey, und daraus erst geschlossen, daß die Richtung der Kraft die der Verbindungslinie sey. Ich habe aber in der betreffenden Stelle die Behauptung über die Gröfse der Kraft nicht als Annahme, sondern als Folgerung aus dem vorhergehenden Theile des Beweises hingestellt, und wenn ich ein neues Princip angewendet habe, so war es nur das Princip, wenn man es so nennen will, daß Stärke und Richtung reell vorhandener Naturkräfte nicht von der Lage bloß vorgestellter Coordinatensysteme, sondern nur von der Lage reell vorhandener physischer Objecte abhängig gemacht werden könnten.

Da dieser Theil des Beweises übrigens in meiner Schrift durch die Verbindung mit dem ersten Theile schwerfälli-

ger geworden ist als nöthig war, und wie ich sehe auch in Beziehung der Gedankenverbindung schärfer seyn könnte, so möge es mir wegen der Wichtigkeit des bestrittenen Punktes erlaubt seyn, ihn hier abgetrennt von dem ersten Theile und mit specieller Angabe aller seiner Vordersätze wieder anzuführen, damit man die Grundlagen auf denen er ruht, klar übersehe. Das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft ist gemäß der Formulirung auf S. 9 meiner Schrift, wenn wir es nur auf bewegliche Massenpunkte beziehen, folgendes: *„Wenn in beliebiger Zahl bewegliche Massenpunkte sich nur unter dem Einflusse solcher Kräfte bewegen, die sie selbst gegen einander ausüben, so ist die Summe der lebendigen Kräfte aller zusammengenommen zu allen Zeitpunkten dieselbe, in welchen alle Punkte dieselben relativen Lagen gegen einander einnehmen, wie auch ihre Bahnen und Geschwindigkeiten in der Zwischenzeit gewesen seyn mögen.“* Ich muß hier besonders auf den Begriff der relativen Lage aufmerksam machen, der vielleicht nicht von allen Mechanikern in diesem Principe angewendet worden ist, der aber offenbar für die physikalische Anwendung des Principis durchaus wesentlich ist. Ich denke, es wird gegen folgende Definition dieses Begriffs nichts einzuwenden seyn: *„Gleiche relative Lage zu einander haben bewegliche Punkte, so oft ein Coordinatensystem zu construiren ist, in welchem alle ihre Coordinaten beziehungsweise dieselben Werthe wiederbekommen.“*

Aus dieser Definition folgt unmittelbar für zwei Punkte, daß sie dieselbe relative Lage zu einander haben, so oft sie sich in gleicher Entfernung von einander befinden; denn so oft dieß der Fall ist, läßt sich nicht bloß ein, sondern es lassen sich durch Drehung dieses einen um die Verbindungslinie der Punkte unzählig viele Coordinatensysteme finden, in denen die Coordinaten beider Punkte beziehungsweise dieselben Werthe annehmen. Die Summe der lebendigen Kräfte soll nach der Annahme gleich seyn bei gleicher relativer Lage der Punkte. Die relative Lage ist gleich bei gleicher Entfernung, folglich wird durch unsere

Annahme auch bedingt, daß für zwei Punkte die lebendige Kraft gleich sey bei gleicher Entfernung, also ihrer GröÙe nach abhängig sey nur von der Entfernung. Hiervon geht der zweite Theil meines Beweises aus, der sich auf zwei einzelne Punkte bezieht. Nennen wir die ganze lebendige Kraft des Systems  $L$ , welche GröÙe also nach dem eben Gesagten Function der Entfernung  $r$  ist. Die Coordinaten der beiden beweglichen Punkte seyen beziehlich  $x_1, y_1, z_1$  und  $x_2, y_2, z_2$ , die Componenten der Kraft, welche auf den ersten Punkt ausgeübt wird,  $X, Y, Z$ , und ihre Resultante  $R$ , so ist nach bekannten analytischen Sätzen

$$X = \frac{dL}{dx_2} \text{ oder}$$

$$= \frac{dL}{dr} \frac{dr}{dx_2} \text{ oder}$$

$$1) \quad X = \frac{dL}{dr} \frac{x_2 - x_1}{r} \text{ und ebenso}$$

$$2) \quad Y = \frac{dL}{dr} \frac{y_2 - y_1}{r}$$

$$3) \quad Z = \frac{dL}{dr} \frac{z_2 - z_1}{r}$$

$$4) \quad R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{dL}{dr}$$

Die Gleichungen 1, 2 und 3 sagen aus, daß die Kraft nach der Richtung der Verbindungslinie wirke, die Gleichung 4, daß ihre GröÙe Function der Entfernung  $r$  sey; q. e. d.

Clausius stellt meinen Sätzen die Möglichkeit entgegen, daß bei den Bewegungen eines beweglichen Punktes  $b$  um einen festen  $a$  die lebendige Kraft eine beliebige Function der Coordinaten sey. Eine solche Annahme würde zunächst der oben gegebenen Formulirung des Principis von der Erhaltung der Kraft nicht gemäß seyn; sie würde also rein logisch genommen kein Gewicht gegen die Folgerungen enthalten, die ich daraus gezogen habe. Aber es ist dagegen auch zu erinnern, daß wenn diese Annahme auch zuweilen bei mathematischen Untersuchungen auf dem

Papiere, wo man sich die Coordinataxten hinzeichnen kann, eine erlaubte und nützliche Vereinfachung der Vorstellung seyn kann, sie sich doch nicht auf die physikalische Wirklichkeit übertragen läßt, so lange wir dem Grundsätze treu bleiben wollen, für reelle Wirkungen den vollständigen Grund auch nur in den Beziehungen reeller Dinge zu einander zu suchen. Denn wenn der feste Punkt *a* irgendwo im Raume gegeben wäre, müßten doch auch unmittelbar dadurch, daß er gegeben ist, diejenigen Richtungen gegeben seyn, in denen die lebendige Kraft um ihn herum die größte oder die kleinste ist, und diese Richtungen können ersichtlich durch die bloße Lage des Punktes nicht gegeben seyn. Wir müssen hier scharf zwischen einem Punkte und einem körperlichen Elemente unterscheiden. Ein körperliches Element hat drei Dimensionen und durch seine Lage sind deshalb auch Richtungen bestimmt. Sobald uns z. B. die Lage eines körperlichen Elements eines Krystalls vollständig gegeben ist, sind uns auch die Richtungen der Krystallaxen gegeben. Demgemäß liegt auch kein Widerspruch darin, daß ein solches Element nach verschiedenen Richtungen verschiedene Kräfte ausübe, wie es z. B. die Elemente eines magnetisirten Körpers thun. Aber innerhalb eines solchen Elements können wir uns auch eine unendliche Verschiedenheit von wirkenden Punkten denken. Körperliche Elemente sind deshalb noch nicht das letzte gleichartigste, bei dem unsere Analyse der Kräfte aufhören müßte.

Wenn also die Mechaniker in einem beweglichen Systeme von Massenpunkten die lebendige Kraft als Function der Coordinaten der Punkte betrachten, so dürfen sie hier statt der Punkte nicht körperliche Elemente substituiren, denn dann würde die lebendige Kraft auch noch von den Richtungen dreier fester Axen in jedem Elemente abhängen. Dem entsprechend müssen wir auch in dem Beispiele von Clausius statt des festen Punktes *a* ein körperliches Element setzen. Wenn nun die lebendige Kraft des bewegten Punktes *b* eine beliebige Function der Coordina-

ten  $\varphi$  ist, so kann gefragt werden, ob in jedem Falle eine Anordnung von wirkenden Punkten mit Centralkräften innerhalb des Volumelements  $a$  möglich sey, welche die lebendige Kraft  $\varphi$  hervorbringen könnte.

Es läßt sich nun einsehen, dafs dies für Entfernungen, gegen welche die Gröfse des Elements verschwindet, stets möglich sey, und auch, dafs sogar jedesmal unendlich viele verschiedene Anordnungen dieser Art existiren werden. Unter ihnen ist für den zu führenden Beweis diejenige die bequemste, wo wir uns die wirkenden Punkte auf der Oberfläche einer unendlich kleinen Kugel vom Radius  $\varrho$  vertheilt denken. Die Function  $\varphi$  sey nach den Kugelfunctionen von Laplace entwickelt. Wenn  $\varphi$ , wie wir hier annehmen müssen, continuirlich ist, so giebt diese Entwicklung bekanntlich stets eine convergirende Reihe, und indem wir eine gewisse endliche Anzahl ihrer Glieder benutzen, können wir dadurch die Function  $\varphi$  mit jedem beliebigen Grade von Genauigkeit darstellen. Der Mittelpunkt des Coordinatensystems sey im Mittelpunkte der Kugel. Die Coordinaten eines äufseren Punktes seyen

$$x = r \cos \omega,$$

$$y = r \sin \omega \sin \vartheta,$$

$$z = r \sin \omega \cos \vartheta.$$

Die eines Punktes auf der Kugel seyen

$$a = \varrho \cos \alpha,$$

$$b = \varrho \sin \alpha \sin \beta,$$

$$c = \varrho \sin \alpha \cos \beta.$$

Wir betrachten  $\varrho$  als verschwindend klein gegen  $r$ , und nennen den reciproken Werth der letztern Gröfse  $e$ , den der Entfernung der beiden Punkte  $xyz$  und  $abc$  dagegen  $\varepsilon$ , so dafs also

$$e = \frac{1}{r}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}}$$

Wir setzen ferner

$$\varepsilon - e = \Delta e.$$

Bekannt ist die Entwicklung von  $\varepsilon$  nach Kugelfunctionen, deren Glieder die Form haben

$$b_{(n, \omega)} \varrho^{n+1} \frac{d^n P_n(\omega)}{d(\cos \omega)^n} \frac{d^n P_n(\alpha)}{d(\cos \alpha)^n} \sin^n \omega \sin^n \alpha \cos[m(\vartheta - \beta)],$$

wo  $b_{(n, \omega)}$  ein Zahlencoefficient und  $P_n(\omega)$  eine ganze Function des  $n$ ten Grades von  $\cos \omega$  ist, welche entweder nur gerade oder nur ungerade Potenzen dieser Gröfse enthält. Die Entwicklung von  $\Delta e$  ergibt sich daraus sogleich, wenn man das erste Glied der Reihe für  $\varepsilon$ , welches  $e$  ist, wegnimmt. Die Entwicklung der Function  $\varphi$  liefert dagegen eine Summe von Gliedern der Form

$$\psi_{(\nu)} \frac{d^n P_n(\omega)}{d(\cos \omega)^n} \sin^n \omega \cos(m\vartheta) \text{ oder}$$

$$\psi_{(\nu)} \frac{d^n P_n(\omega)}{d(\cos \omega)^n} \sin^n \omega \sin(m\vartheta)$$

wo  $\psi$  eine Function von  $e$  ist, die jede mögliche Form haben kann. Wir wollen die Reihe abschließen mit den Gliedern für welche  $n = \nu$  ist.

Die Aufgabe ist also: für die Punkte der Kugeloberfläche eine Function  $U$  von  $\varepsilon$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  so zu bestimmen, dafs wir haben:

$$\varphi = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} U \varrho^2 \sin \alpha \, d\alpha \, d\beta.$$

Wir können nun  $U$  in eine Summe von Theilen zerlegen, welche einzelnen Gliedern oder Gliedergruppen der Reihe für  $\varphi$  entsprechen. Nehmen wir aus dieser Reihe alle Glieder heraus, für welche  $m$  einen constanten Werth  $\mu$ ,  $n$  dagegen die Werthe  $\nu$ ,  $\nu - 2$ ,  $\nu - 4$  u. s. w. bis  $\mu$  oder  $\mu + 1$  hin hat, und welche  $\cos(m\vartheta)$  als Factor enthalten, und bezeichnen wir die Summe dieser Glieder mit  $\varphi_{\nu\mu}$ , den dazu gehörigen Theil von  $U$  mit  $U_{\nu\mu}$ , so läfst sich zeigen, dafs der Gleichung

$$\varphi_{\nu\mu} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} U_{\nu\mu} \varrho^2 \sin \alpha \, d\alpha \, d\beta \quad 1)$$

Genüge geschieht, wenn wir für  $U_{\nu\mu}$  eine ähnliche Summe setzen, wie  $q_{\nu\mu}$  ist, deren Glieder die Form haben

$$u_{n\mu} \frac{d^n P_n(\alpha)}{d(\cos \alpha)^\mu} \sin^\mu \alpha \cos(\mu \beta),$$

wo ebenfalls  $n$  die Werthe  $\nu, \nu - 2, \nu - 4$  u. s. w. bis  $\mu$  oder  $\mu + 1$  annimmt, und  $u$  eine Function von  $\varepsilon$  allein ist.

Setzt man nun für  $U_{\nu\mu}$  in die Gleichung 1) diese Summe, entwickelt jedes  $u$  nach dem Taylorschen Satze

$$u = u_0 + \frac{d u}{d \varepsilon} \Delta \varepsilon + \frac{1}{1.2} \frac{d^2 u}{d \varepsilon^2} \Delta \varepsilon^2 + \text{etc.},$$

setzt auch für  $\Delta \varepsilon$  seine Entwicklung nach Kugelfunctionen, so kann man schliesslich alle vorhandenen Grössen als constante Factoren vor das Integralzeichen setzen, mit Ausnahme der Kugelfunctionen und trigonometrischen Functionen von  $\alpha$  und  $\beta$ , und die Integration dann ausführen. Wenn man weiter berücksichtigt, dass

$$\int_0^{2\pi} \cos(p\beta) \cos[q(\vartheta - \beta)] d\beta = 0$$

so oft nicht  $p$  gleich  $q$  ist, dass ferner

$$\int_0^\pi \frac{d^n P_n(\alpha)}{d(\cos \alpha)^m} \cos^p \alpha \sin^{2m+1} \alpha d\alpha = 0$$

so oft  $p$  kleiner als  $n - m$  ist, und behält man ferner von den Gliedern, welche als Factor dieselbe Function  $u_{n\mu}$  oder einen ihrer Differentialquotienten enthalten, nur diejenigen bei, welche mit den niedrigsten Potenzen von  $\varrho$  multiplicirt sind, da  $\varrho$  so klein gemacht werden kann als man will, so reducirt sich schliesslich die Gleichung 1) auf ein System linearer, partieller Differentialgleichungen



$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho^v} \psi_{v\mu} &= a_1 e^{v+1} \frac{d u_{v\mu}}{de} + a_2 e^{v+2} \frac{d^2 u_{v\mu}}{de^2} + \text{etc.} \\
&\quad + a_{(v-\mu)} e^{2v-\mu} \frac{d^{v-\mu} u_{v\mu}}{de^{v-\mu}} \\
\frac{1}{\rho^{v-2}} \psi_{(v-2)\mu} &= b_1 e^{v-1} \frac{d u_{v-2,\mu}}{de} + b_2 e^v \frac{d^2 u_{v-2,\mu}}{de^2} + \text{etc.} \\
&\quad + b_{v-2-\mu} e^{2v-4-\mu} \frac{d^{v-2-\mu} u_{v-2,\mu}}{de^{v-2-\mu}} + \rho^2 c_1 e^{v+2} \frac{d^2 u_{v\mu}}{de^2} + \text{etc.} \\
&\quad + \rho^2 c_{(v-\mu)} e^{2v-\mu} \frac{d^{v-\mu} u_{v\mu}}{de^{v-\mu}}.
\end{aligned}$$

u. s. w.

Die Gröſſen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  u. s. w. ſind Zahlencoefficienten. Aus der erſten dieſer Gleichungen kann man nach bekannten Integrationsregeln  $u_{(v,\mu)}$ , aus der zweiten dann  $u_{(v-2,\mu)}$  finden u. s. w. Aus dem Verfahren, welches man bei der Integration zu befolgen hat, geht auch hervor, daſs wenn die Functionen  $\psi$  für endliche Werthe von  $e$  endlich ſind, auch die Gröſſen  $\rho^v u_{v\mu}$  und deren Ableitungen nach  $e$ , ſo weit ſie in unſeren Reihenentwickelungen vorkommen, für endliche Werthe von  $e$  und  $r$  ſtets endlich ſind. Sowie ſomit die Theile von  $U_{v\mu}$  gefunden ſind, laſſen ſich die für jedes andere ähnliche Aggregat von Gliedern von  $\varphi$  finden, und ſomit läſt ſich die geſtellte Aufgabe jedenfalls bis zu jedem beliebigen Grade von Genauigkeit löſen.

Von einer anderen Seite hätte ich vielleicht Einwendungen gegen meinen Satz erwarten können. Ich habe nämlich ein Princip angewendet, welches allerdings in der mathematiſchen Mechanik ganz allgemein gebraucht wird, nach deſſen Berechtigung aber vielleicht gefragt werden könnte. Ich habe nämlich vorausgeſetzt, daſs die Kraft, welche ein Punkt  $a$  auf einen anderen  $b$  ausübt, unabhängig von der Anweſenheit jedes dritten Punktes  $c$  ſey, ſo daſs alſo die Kraft welche  $a$  und  $c$  gleichzeitig auf  $b$  ausüben, die Summe derjenigen iſt, welche ſie einzeln genommen ausüben würden. Nur unter dieſer Vorausſetzung bin ich berechtigt anzunehmen, wie es in dem vorausge-

gangenen Beweise geschehen mußte, daß das, was für die Kräfte der beiden bewegten Punkte  $a$  und  $b$ , wenn sie sich allein befinden gilt, auch noch gelte, wenn sie sich verbunden mit einem größeren Systeme materieller Punkte bewegen. Wenn wir die Richtigkeit dieses Princips anerkennen, wie es hisher in der Mechanik immer geschehen ist, so folgt daraus, daß die lebendige Kraft nicht eine ganz beliebige Function der Coordinaten des Systems seyn könne, sondern eine Function, welche gewisse particuläre Differentialgleichungen erfüllen müsse. Nennen wir  $L$  die lebendige Kraft,  $a, b, c, d$  u. s. w. die einzelnen materiellen Punkte,  $x_a, y_a, z_a, x_b, y_b, z_b$  u. s. w. ihre Coordinaten,  $X_a$  die der  $x$  Axe parallele Componente der Kraft, welche der Punkt  $b$  auf den Punkt  $a$  ausübt, so ist nach bekannten Sätzen

$$\frac{dL}{dx_a} = X_a + X_{aa} + X_{ab} + \text{etc.}$$

Die Kraft  $X_a$  würde nach dem eben ausgesprochenen Principe unabhängig seyn von der Anwesenheit oder Lage sämtlicher anderen materiellen Punkte, mit Ausnahme von  $a$  und  $b$ , würde also auch nur Function von den Coordinaten dieser Punkte seyn können, ebenso  $X_{aa}$  nur Function der Coordinaten von  $a$  und von  $c$ . Daraus folgt, wenn wir nach  $y$  differenzieren, daß

$$\frac{d^2 L}{dx_a dy_b} = \frac{dX_a}{dy_b}.$$

Da der Ausdruck der rechten Seite nur noch Function der Coordinaten von  $a$  und  $b$  ist, kann auch der der linken nur eine eben solche Function seyn. Es müssen also alle Differenzialquotienten von der Form

$$\frac{d^3 L}{dx_a dy_b dz_c} \text{ oder } \frac{d^2 L}{dx_a dx_b dy_c} \text{ oder } \frac{d^2 L}{dx_a dx_b dz_c}$$

gleich Null seyn.

Verbinden wir hiermit, was ich eben aus dem Begriffe der relativen Lage für die physikalische Anwendbarkeit hergeleitet habe, so folgt, daß die Function  $L$  eine Summe von Functionen seyn muß, deren jede nur abhängig von

der Entfernung zweier einzelnen Punkte ist, so wie ich sie in meiner Abhandlung hingestellt habe.

Was endlich den vierten Punkt betrifft, der glücklicherweise nicht in wesentlicher Verbindung mit dem Hauptthema meines Buches steht, nämlich das, was ich über die Schrift von Holtzmann gesagt habe, so muß ich hier allerdings einen Irrthum eingestehen. Holtzmann spricht im Anfange sein Princip so aus, daß es wie eine Anerkennung der Aequivalenz von Wärme und Arbeit klingt, und der bei weitem größte Theil der mathematischen Folgerungen, die er zieht, so weit sie ohne Integration zu erhalten sind, entsprechen dem auch. Die Integration ist aber, wie Clausius nachgewiesen hat, nicht in der Weise auszuführen, wie es Holtzmann gethan hat, wenn das Princip der Aequivalenz festgehalten werden soll.

In der Theorie des Galvanismus muß ich die Einwürfe von Clausius erwarten. Das Kapitel der Elektrodynamik dagegen ist in meiner Schrift nur unter einer sehr beschränkenden Voraussetzung durchgeführt, weil ich damals von aller mathematisch physikalischen Literatur entblößt, fast auf das beschränkt war, was ich selbst zu finden wußte. Ich habe deshalb den Magnetismus des Eisens nur unter der Voraussetzung behandeln können, daß dasselbe vollkommen weich sey, d. h. der magnetischen Vertheilung gar kein Hinderniß entgegensetze, so daß diese Vertheilung genau dieselbe würde, wie die der Elektricität an elektrisirten Leitern. Unter der allgemeineren Voraussetzung jedoch, welche Poisson seinen Theoremen zu Grunde gelegt hat, daß die Stärke der Magnetisirung der magnetisirenden Kraft proportional sey, was für geringe Stärke der Magnetisirung jedenfalls mit der Erfahrung stimmt, mit Benutzung ferner der seit jener Zeit in Deutschland bekannt gewordenen Theoremen von Green, und meiner eigenen Untersuchungen über den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducirten Ströme, läßt sich das genannte Kapitel jetzt vollständiger und genügender als irgend ein anderes behandeln, und namentlich läßt sich das

das allgemeine Gesetz von Neumann für die inducirten Ströme jetzt viel vollständiger aus dem Principe von der Erhaltung der Kraft herleiten.

Da Clausius eine Arbeit über dies Kapitel ankündigt, will ich ihm nicht vorgreifen, durch eine Veröffentlichung meiner eigenen weiteren Arbeiten hierüber. Ich kann es nur für einen Gewinn halten, wenn die Ideenverbindungen, welche ich in meiner Schrift damals zu einer Zeit, wo sie noch wenig Anklang unter den Physikern fanden, darzulegen suchte, jetzt von einem Andern in anderer Form wieder aufgenommen, und in so vollständiger und kritischer Weise durchgearbeitet werden, wie es bisher bei anderen Kapiteln der Theorie von der Erhaltung der Kraft durch Herrn Clausius geschehen ist. Nur sey es mir vergönnt, die Resultate, wie ich sie mit erweiterten Hülfsmitteln später gewonnen habe, hier kurz zusammenzustellen, damit ich mit meiner älteren Darstellung nicht in zu ungünstigem Lichte neben Herrn Clausius stehen bleibe.

Die Voraussetzung ist demnach, daß das magnetische Moment eines jeden körperlichen Elements innerhalb eines durch Vertheilung magnetisirten Körpers  $A$  der magnetischen Richtkraft an dieser Stelle proportional sey und dieselbe Richtung habe. Das Potential des vertheilten Körpers  $A$  gegen den vertheilenden Magneten  $B$  sey  $V$ , das von  $A$  auf sich selbst (nach Clausius Definition) sei  $W$ , so lassen sich folgende Sätze ableiten.

1) Wenn der vertheilende Magnet aus unendlicher Entfernung dem vertheilten Körper  $A$  genähert wird, so wird dabei mechanische Arbeit gewonnen gleich dem Werthe von  $\frac{1}{2}V$  am Ende des Weges. Dies ist ein, so viel ich weiß, neuer Satz in der mathematischen Theorie des Magnetismus. Wird der in  $A$  erzeugte Magnetismus nun fixirt und der Magnet in unendliche Entfernung gebracht, so wird dabei die mechanische Arbeit  $V$  aufgebraucht. Die erzeugte Magnetisirung von  $A$  hat also die mechanische Arbeit  $\frac{1}{2}V$

erfordert. Nur wenn die magnetische Vertheilung im Eisen ganz unbehindert ist, wird entsprechend den elektrisirten Körpern, wie ich es in meiner Schrift angenommen habe, die durch die Magnetisirung repräsentirte Arbeit gleich  $-W$ , d. h. gleich der Arbeit, welche durch die Anziehungskräfte der frei gewordenen magnetischen Fluida verrichtet werden kann. Der Unterschied  $\frac{1}{2}V - (-W)$  repräsentirt also die Größe der Moleculararbeit innerhalb des magnetisirten Körpers.

2) Aus meinen Untersuchungen über die durch Stromesschwankungen inducirten Ströme <sup>1)</sup> ergibt sich, daß die Ansteigung eines galvanischen Stromes gegeben wird durch eine Gleichung von folgender Form

$$i = \frac{A}{w} \left(1 - e^{-\frac{p}{J}t}\right)$$

wo  $A$  die elektromotorische Kraft,  $w$  der Widerstand,  $t$  die Zeit und  $p$  eine Constante ist, welche nur von der Form der Leitung abhängt (nach Neumann, das doppelte Potential der Leitung auf sich selbst bei der Stromeseinheit, dividirt durch die Inductionsconstante). Der durch das Ansteigen des Stromes inducirte Integralstrom ist dann

$$\frac{p}{w} J,$$

wo  $J$  den größten Werth, welchen  $i$  erreicht, bezeichnet. Dabei wird durch den inducirten Strom die Wärmemenge

$$\frac{1}{2} p J^2$$

vernichtet, wenn die Einheit von  $w$  diejenige ist, in der die willkürliche Einheit der Stromintensität in der Zeiteinheit die Wärmeeinheit entwickelt. Wird der Strom so unterbrochen, daß der dabei inducirte Extracurrent eine Leitung findet, so wird dieselbe Wärmemenge wiedererzeugt, ohne daß dafür ein anderer Arbeitsverbrauch stattfindet. Der galvanische Strom  $J$  repräsentirt uns also, so

1) Diese Annalen Bd. LXXXIII, S. 505.

lange er besteht, eine geleistete Arbeit, aequivalent der Wärmemenge

$$\frac{1}{2} p J^2.$$

3) Wenn demnach ein Stromleiter von unveränderlicher Form mit unveränderlichen Stahlmagneten und Eisenmassen in Wechselwirkung tritt, welche letzteren theils durch ihn selbst, theils durch die Magnete magnetisirt werden, so muß in jedem Augenblicke durch den inducirten Strom so viel Wärme in der Stromleitung entwickelt oder vernichtet werden, als an Arbeit bei den stattfindenden Bewegungen, bei der Magnetisirung der Eisenmassen und Veränderung der Stromintensität verloren oder gewonnen wird. Daraus läßt sich jetzt für die Induction durch Magnete ganz allgemein das Gesetz von Neumann ableiten, daß die inducirte elektromotorische Kraft gleich ist den Veränderungen des Potentials der vorhandenen Magnete auf die von der Stromeinheit durchflossene Stromleitung, multiplicirt mit einer Constanten, und ferner, daß diese Constante bei der angegebenen Einheit des Widerstandes gleich dem reciproken Werthe des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit ist. Diese Ableitung konnte ich in meiner früheren Schrift vollständig nur durchführen für die Induction durch Bewegung eines unveränderlichen Magneten.

4) W. Weber <sup>1)</sup> hat die Induction bei Bewegung eines Stromleiters gegen einen anderen experimentell verglichen mit der bei Bewegung des Stromleiters gegen einen Magneten, und gefunden, daß beide gleich sind, unter Umständen wo die Veränderungen des Potentials auf den von der Stromeinheit durchflossenen Leiter gleich sind. Wenn also das Inductionsgesetz von Neumann für Magnetinduction vollständig gilt, erscheint es gerechtfertigt, dasselbe auch auf Induction durch Bewegung von Stromleitern zu übertragen. Dann läßt sich weiter aus dem Principe von der Erhaltung der Kraft folgern, daß auch die in dem einen Leiter durch Stromesschwankungen des

1) Elektrodynamische Maafbestimmungen. Leipzig 1846, S. 71.

andern inducirten Ströme demselben Gesetze folgen. Für einen einzelnen Stromeskreis ist es mir noch nicht gelungen zu beweisen, daß die oben mit  $p$  bezeichnete Constante gleich dem doppelten Potentiale seyn müsse, so wahrscheinlich dieß auch nach der Analogie der übrigen Fälle seyn mag.

Die in meiner früheren Schrift gegebene Gleichung für die Induction zweier bewegten Stromleiter auf einander, ist nur für den Fall richtig, wo der eine Strom gegen den andern verschwindend klein ist, weil ich damals noch nicht den Einfluß der Induction bei Unterbrechung der Stromleitungen zu berücksichtigen wußte.

#### V. *Die mechanische Arbeit, welche zur Erhaltung eines elektrischen Stromes erforderlich ist;* von C. Holtzmann.

1. **B**ewegt man den Magnetismus  $\mu$  um einen Leiter der Elektricität, welcher außer der Bahn von  $\mu$  geschlossen ist, so entsteht in diesem Leiter ein elektrischer Strom. Dieser übt rückwärts auf den Magnetismus eine Kraft aus, welche der Bewegung des Magnetismus entgegenwirkt. Man bedarf deshalb zur Bewegung des Magnetismus einer Kraft, welche den Magnetismus durch seine Bahn führt, eine mechanische Arbeit als deren Aequivalent der erregte Strom erscheint. Die oben angegebene Art einen elektrischen Strom hervorzubringen, ist in dem von Plücker angegebenen Apparat von Fessel in Cöln verwirklicht, und dieser Apparat ist es auch in der That, welcher mir diesen Weg, das mechanische Aequivalent des elektrischen Stromes festzustellen, zeigte.

2. Das lineare Element  $Sds$  eines elektrischen Stromes  $S$  übt nach dem bekannten Biot'schen Satze auf ein



Element  $\mu$  des magnetischen Fluidums eine bewegende Kraft aus, welche gleich

$$\frac{\mu S ds}{r^3} \sin \theta \quad \dots \quad (1)$$

ist, wenn

$S$  die Gröfse des elektrischen Stromes,

$ds$  ein Element des Leiters, der von diesem durchflossen ist,

$r$  die Entfernung von  $\mu$  und  $ds$ ,

$\theta$  der Winkel von  $r$  und  $ds$  ist.

Diese Kraft ist rechtwinklich auf die Ebene ( $r, ds$ ) gerichtet.

3. Wird das Element  $\mu$  des magnetischen Fluidums in einem Kreise um einen nach der Axe des Kreises geradlinig gehenden Leiter geführt, welcher von dem Strome  $S$  durchströmt wird, so übt dieser Leiter auf den Magnetismus  $\mu$  eine nach der Tangente des von ihm durchlaufenen Kreises gerichtete Kraft aus, welche für den als unendlich lang gedachten Leiter gleich

$$\mu S \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta ds}{r^3}$$

ist. Setzt man

$$ds \sin \theta = r d\varphi,$$

so wird obiger Ausdruck

$$\mu S \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{r},$$

was wieder mit

$$r \cos \varphi = r_1$$

in

$$\frac{\mu S}{r_1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi = \frac{2\mu S}{r_1} \quad \dots \quad (2)$$

übergeht, wo  $r_1$  die Entfernung von  $\mu$  und dem geradlinigen Leiter ist. Diefs sind bekannte Sätze.

4. Ist der Strom  $S$  durch die Rotation des Magnets hervorgebracht, so geht diese Kraft der Rotation des Magnetismus entgegen, und man hat bei der Bewegung des Magnets diese Kraft als Widerstand zu überwinden. Ist daher die Geschwindigkeit, mit welcher der Magnet bewegt wird,  $u$ , so ist die in der Zeiteinheit hierzu erforderliche Arbeit

$$\mathfrak{A} = \frac{2\mu S}{r_1} \cdot u,$$

oder wenn man die Winkelgeschwindigkeit, mit der diese Drehung erfolgt, mit

bezeichnet,

$$\mathfrak{A} = 2\mu S w \quad (3).$$

5. Zur Bestimmung der Größe des durch diese Rotation erregten Stroms gehe ich nun von folgendem von Wilhelm Weber aufgestellten Satze aus: Wird das Element  $\mu$  des magnetischen Fluidums mit der Geschwindigkeit  $u$  parallel der Richtung der Kraft bewegt, welche nach dem Biot'schen Satze (1) auf das Stromelement  $Sds$  wirkt, so wird auf das lineare Element  $ds$  des Leiters eine der Richtung des Stroms  $S$  parallele elektromotorische Kraft ausgeübt, deren Stärke durch

$$\frac{\mu \cdot u \cdot ds}{r^2} \sin \theta \quad (4)$$

ausgedrückt ist.

Die elektromotorische Kraft, welche hiernach in dem geradlinigen Leiter durch die Bewegung, die in No. 3 betrachtet wurde, entsteht, ist

$$\mu u \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta ds}{r^2}$$

was wie (No. 3) in

$$\frac{2\mu u}{r_1}$$

übergeht, wofür man wieder mit

$$w = \frac{\mu}{r_1}$$

setzen kann

$$2\mu w \dots (5).$$

6. Ist nun in dem geschlossenen Leiter eine anderweitige elektromotorische Kraft nicht vorhanden, und ist  $L$  der Leitungswiderstand im ganzen Leiter, so ist der Strom, welcher durch die Rotation des Magnets entsteht,

$$S = \frac{2\mu w}{L} \dots (6).$$

Ist aber durch Contact, chemische Wirkung, Polarisirung, ungleiche Erwärmung oder Induction noch eine weitere elektromotorische Kraft  $E$  in dem Schließungsbogen, so ist

$$S = \frac{2\mu w + E}{L} \dots (7).$$

7. Eliminirt man aus (3) und (6) oder (7) die GröÙe des Magnetismus, so erhält man

$$\text{aus (6)} \quad \mathfrak{A} = S^2 L \dots (8)$$

$$\text{aus (7)} \quad \mathfrak{A} = S(SL - E) \dots (9).$$

8. Kommt in der Leitung keine chemische Wirkung und keine magnetische vor, so daÙ  $E$  gleich Null ist, so besteht die ganze Wirkung des Stroms in Wärmeentwicklung. Die GröÙen dieser Wärmeentwicklung haben Lenz, Joule auf experimentellem, und Clausius auf theoretischem Wege proportional mit

$$S^2 L$$

gefunden. Hier habe ich die Arbeit, welche zur Hervorbringung dieses Stroms erfordert wird, gleich

$$S^2 L$$

gefunden. Es wird also wieder Wärme durch eine ihr proportionale Arbeit erregt.

9. Kommt eine chemische Wirkung vor, so muÙ  $E$  eine Bedeutung haben. Bei einer Wasserzersetzung zum Beispiel wird erstlich die Erwärmung des ganzen Schließungsbogen dieselbe bleiben; dazu gehört die

$$S^2 L;$$

dann wird durch die Gasentwicklung eine Quantität Wärme gebunden, d. h. eine bestimmte Arbeit verbraucht. Diese muÙ der gleich seyn, welche durch Verbrennen und Con-

densiren der entwickelten Gase wiedergewonnen werden kann. Nun ist die entwickelte Gasmenge proportional der Stromstärke  $S$ , und die davon zu erhaltende Arbeit also ebenfalls proportional mit  $S$ ; es mufs daher die zur Zersetzung zu verwendende Arbeit ebenfalls proportional mit  $S$  seyn, gleich

$$E_1 S.$$

Die sich zeigende Polarisation habe die elektromotorische Kraft  $E_2$ .

Damit ist die Arbeit, welche man für diesen Strom  $S$  anwenden mufs,

$$\mathcal{A} = S(SL + E_1 + E_2),$$

wo  $E_1$  und  $E_2$  gegen  $E$  negativ erscheinen, weil sie elektromotorische Kräfte sind, welche der durch den bewegten Magnetismus erregten entgegen wirken.

Bei dieser Auffassung ist übrigens  $E_1 + E_2$  die elektromotorische Kraft, wie sie aus den Messungen der Polarisation sich ergab, und dort für die Polarisation gehalten wurde.

10. Bezieht man die hier gebrauchten Gröfsen auf die Weber'schen Maafse, wie sie in den elektrodynamischen Maafsbestimmungen, insbesondere den Widerstandsmessungen Art. 10, festgestellt sind, so hat man keinen weiteren Coëfficienten in den Formeln (8) und (9) anzubringen, indem die Formeln (1) und (4) sich unmittelbar auf diese Weber'schen Maafse beziehen, worüber man am angeführten Orte Beilage D nachsehen kann. Will man andere der Anwendung nähere und deshalb bequemere einführen, so kann man hierzu folgende wählen.

Für den Strom kann man das von Jacobi gebrauchte chemische Maafs anwenden, nämlich als Stromeinheit die Stärke des Stroms, der in 1 Minute 1 Kubikcentimeter Gas aus Wasser entwickelt. Die Weber'sche Stromeinheit entwickelt in der Minute 1,0477 Kubikcentimeter Gas (Müller's Fortschritte der Physik I. S. 247).

Ist also  $S_1$  die Stromstärke in chemischem Maafse eines Stroms, der nach Weber'schem die Stärke  $S$  hat, so ist

$$1,0477 S = S_1 \text{ oder}$$

$$S = \frac{S_1}{1,077}.$$

11. Der Leitungswiderstand wird für die Anwendung gewöhnlich gemessen durch die Länge in Metern eines Kupferdrahtes von 1<sup>mm</sup> Durchmesser. Um die Weber'sche Einheit hierauf zu reduciren, gebrauche ich die Maafsbestimmung, welche Weber für den Jacobi'schen Etalondraht gegeben hat. Dieser ist (Elektrodynamische Maafsbestimmungen, in den Abhandl. der sächs. Gesellschaft der Wiss. S. 200) 7<sup>m</sup>,61975 lang und 0<sup>m</sup>,000667 dick. Sein Widerstand nach dem oben bezeichneten Maafse ist daher

$$\frac{7,61975}{(0,667)^2} = 17,127.$$

Weber bestimmt am angeführten Orte den Widerstand dieses Drahtes nach seinem absoluten Maafse (S. 252) gleich  $598 \cdot 10^7$ .

Ist somit  $L$  der Widerstand einer Leitung nach Weber'schem Maafse und  $L_1$  der Widerstand derselben Leitung nach dem Jacobi'schem Maafse, so ist

$$\frac{L}{L_1} = \frac{598 \cdot 10^7}{17,127} \text{ und}$$

$$L = 34915 \cdot 10^4 \cdot L_1.$$

12. Der Magnetismus ist in den Weber'schen Formeln auf das von Gaußs gebrauchte Maafs bezogen, wonach der Magnetismus als Einheit genommen ist, welcher dem gleichen Magnetismus, der an die Masse 1 Milligramm geheftet ist, in der Entfernung 1 Millimeter die Beschleunigung 1 Millimeter erteilt.

Will man hier als Einheit den Magnetismus einführen, welcher in der Entfernung 1 Millimeter den Druck 1 Kilogramm ausübt, und ist diese neue Einheit gleich  $\mu_2$  Einheiten der obigen Art, so hat man

$$\mu_2 = 1000\,000 \cdot g,$$

wo  $g$  die Beschleunigung der Schwere in Millimetern ist.

Ist derselbe Magnetismus nach dem Gaufs'schen und dem oben aufgestellten Maafse durch

$$\mu \text{ und } \mu_1$$

ausgedrückt, so hat man hiernach

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \sqrt{1000\,000\,g} = 1000\sqrt{g}.$$

13. Die Arbeit wird bei Maschinen gewöhnlich durch Kilogramme, die 1 Meter hoch erhoben werden, angegeben. In den obigen Formeln ist die Krafteinheit die, welche der Masse von 1 Milligramm die Beschleunigung 1 Millimeter erteilt. Dem Drucke von 1 Kilogramm entspricht daher eine Kraft, welche 1000 000 Milligramm die Beschleunigung  $g$  Millimeter erteilt, das ist

$$1000\,000\,g.$$

Die oben bezeichnete Arbeitseinheit ist daher in der für die obigen Formeln gebrauchten Einheit

$$1000\,000\,g \cdot 1000.$$

Ist daher  $\mathfrak{A}_1$  dieselbe Arbeit in Kilogrammmetern, welche oben durch  $\mathfrak{A}$  bezeichnet ist, so hat man

$$\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}_1} = 10^9 \cdot g \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{A} = 10^9 \cdot g \cdot \mathfrak{A}_1 = 9808 \cdot 10^9 \cdot \mathfrak{A}_1.$$

14. Nach diesen Vorbereitungen lassen sich nun die Formeln (6) und (8) nach dem neuen Maafse ausdrücken, wobei man erhält

$$\frac{S_1}{1,0477} = \frac{2 \cdot 1000 \sqrt{9808} \cdot \mu_1 w}{34915 \cdot 10^4 \cdot L_1}$$

$$S_1 = 0,000\,5944 \frac{\mu_1 w}{L_1} \dots (10),$$

$$9808 \cdot 10^9 \cdot \mathfrak{A}_1 = \frac{S_1^2}{(1,0477)^2} \cdot 34915 \cdot 10^4 \cdot L_1$$

$$\mathfrak{A}_1 = 0,0000\,3243 S_1^2 L_1 \dots (11).$$

15. Nimmt man als Aequivalent der Wärmeeinheit die mechanische Arbeit, 420 Kilogrammometer, so wird die Wärmemenge, welche der Strom  $S_1$  in dem Leiter  $L_1$  in einer Sekunde entwickelt, wenn diese der für den Strom verwendeten Arbeit aequivalent ist

$$W = \frac{S_1^2}{420} = \frac{0,0000\ 3243}{420} S_1^2 L_1 \\ = 0,000\ 000\ 0772 S_1^2 L_1 \dots (12).$$

Als Einheit der Wärme ist hier die gebraucht, welche 1 Kilogrm. Wasser von 0° bis 1° C. erwärmt. Diese Formel (12) wird sich ebenso auf die Wärme im ganzen Kreise des elektrischen Stroms wie auf einzelne Theile desselben beziehen.

Fragt man wie mit dieser Formel die Erfahrung übereinstimme, so geben die Versuche von Lenz ein viel größeres Resultat. Aus diesen ist für die hier gebrauchten Einheiten von J. Müller (Fortschritte der Physik I. S. 381) berechnet, daß die Wärmeentwicklung durch den Strom  $S_1$  im Leitungswiderstande  $L_1$  in einer Minute

$$0,0000\ 176 S_1^2 L_1$$

betrage, woraus für die Sekunde

$$0,000\ 000\ 293 S_1^2 L_1$$

sich ergibt. Diefs ist etwa vier Mal so groß als oben berechnet ist. Ob die unzuverlässigen Reductionen der Lenz'schen Versuche und die Bemerkung von Lenz, daß die Versuche in dieser Beziehung nur zu ganz rohen Ueberschlägen führen können<sup>1)</sup>, diese Differenz hinreichend aufhellen oder ob andere Gründe derselben vorhanden, wage ich nicht zu entscheiden.

Stuttgart, im September 1853.

1) Diese: Ann. Bd. LXI. S. 43.



VI. *Ueber die Herleitung der Formel für die Total-reflexion nach Fresnel und Cauchy;  
von Beer in Bonn.*

Erstens.

**W**enn wir dieselbe Bezeichnung und dieselbe Lage der Coordinatenaxen wie in unseren letztvorhergegangenen Abhandlungen über die Reflexionsformeln beibehalten, so genügt, wie Cauchy gefunden hat, zur Begründung jener Formeln in dem Falle, wo die brechenden Mittel zu einander im Verhältnisse der Neutralität stehen, der Bestand der folgenden vier Gleichungen:

$$1) S \frac{d\zeta}{dx} = S \frac{d\zeta'}{dx}, \quad 2) S \left( \frac{d\xi}{dx} - \frac{d\zeta'}{dx} \right) = S \left( \frac{d\xi}{dx} - \frac{d\zeta'}{dx} \right),$$

$$3) S \frac{d\eta}{dx} = S \frac{d\eta'}{dx}, \quad 4) S \frac{d\eta}{dx} = S \frac{d\eta'}{dx};$$

und zwar kann man hierbei ganz von den verschwindenden Strahlen absehen und nur die drei gewöhnlichen Strahlen mit geradlinigen transversalen Schwingungen in die Betrachtung eingehen lassen. Man erhält so ohne Weiteres aus den obigen Gleichungen die Fresnel'schen Formeln für gewöhnliche Reflexion. Man überzeugt sich leicht davon, daß die Endgleichungen, die wir in unserer Herleitung der letzteren Formeln erhalten haben, mit den obigen vier Gleichungen zusammenfallen. Jene Fresnel'schen Formeln verlieren bekanntlich ihre Gültigkeit, sobald totale Reflexion eintritt. Dieß hängt damit zusammen, daß alsdann die Lichtbewegung im zweiten Mittel von der Natur der Bewegung in verschwindenden Strahlen wird, d. h. daß die Aethertheilchen in den gebrochenen senkrecht zur brechenden Fläche stehenden Wellen im Allgemeinen nicht mehr geradlinig und transversal oscilliren, sondern vielmehr ähnliche und ähnlich liegende Ellipsen beschreiben, deren

Ebenen auf den Wellenebenen und der brechenden Fläche senkrecht stehen, sowie ferner, daß die Amplituden in geometrischem Verhältnisse abnehmen, wenn man sich auf einem Einfallslothe in arithmetischem Verhältnisse von der brechenden Fläche in dem zweiten Mittel entfernt. Cauchy giebt nun (Diese Ann. Bd. 39) für den Extinctionscoefficienten der letzterwähnten Strahlen, die wir, um Verwirrung zu vermeiden, *streifende Strahlen* nennen werden, den Werth  $\frac{2\pi}{\lambda'} \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}$  an, wo in Uebereinstimmung mit unserer früheren Bezeichnung  $\lambda'$  die Wellenlänge im zweiten Mittel,  $i$  die Incidenz und  $n$  den Brechungsindex für den Uebergang aus dem zweiten Mittel ins erste bedeutet. Diese Annahme genügt, um mittelst der Gleichungen 1) bis 4) die Fresnel'sche Formel für die Totalreflexion abzuleiten, wie sogleich gezeigt werden soll.

Die Componenten des einfallenden Strahles seyen wie in unseren früheren Mittheilungen bei senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Lichte

$$\xi_i = a_i \cos i \cdot \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - E_i) + J \right],$$

$$\zeta_i = a_i \sin i \cdot \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - E_i) + J \right] \text{ für } E_i = -z \cos i + x \sin i,$$

die des gespiegelten Strahles seyen:

$$\xi_r = a_i \cos i \cdot \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - E_i) + L \right],$$

$$\zeta_r = -a_i \sin i \cdot \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - E_i) + L \right] \text{ für } E_i = z \cos i + x \sin i,$$

endlich die des streifenden Strahles:

$$\xi_t = r \cdot l'' \cos \frac{2\pi}{l'} (\nu t - x \sin i),$$

$$\zeta_t = l'' \sin \frac{2\pi}{l'} (\nu t - x \sin i) \text{ für } d = \frac{2\pi}{\lambda'} \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}.$$

Hiernach sind die den Gleichungen 1) und 2) entsprechenden Bedingungsgleichungen für jeden Punkt der Trennungsfläche und jede Zeit:

$$\text{I. } \frac{2\pi}{\lambda} \sin i \cos i [a, \cos(V+J) + a, \cos(V+L)] = d_j \sin V,$$

$$\begin{aligned} \text{II. } & \frac{2\pi}{\lambda} \cos i^2 [a, \cos(V+J) - a, \cos(V+L)] \\ & + \frac{2\pi}{\lambda} \sin i^2 [a, \cos(V+J) - a, \cos(V+L)] \\ & = d_r \cos V + \frac{2\pi}{\lambda} \sin i_j \cos V. \end{aligned}$$

Hier steht  $V$  für die nothwendig einander gleichen Ausdrücke  $\frac{2\pi}{\lambda} (vt - x \sin i)$ ,  $\frac{2\pi}{\lambda} (y, t - x \sin i)$ . Setzen wir noch  $\frac{2\pi}{\lambda} \cos i = \mu$ , so lassen sich die letzten Gleichungen auch so schreiben:

$$\text{I'. } \mu \sin i [a, \cos(V+J) + a, \cos(V+L)] = d_j \sin V,$$

$$\text{II'. } a, \cos(V+J) - a, \cos(V+L) = \left( \frac{\lambda}{2\pi} d_r + \sin i_j \right) \cos V.$$

Indem wir nun in diese Gleichungen der Reihe nach für  $V$  die Werthe  $0$  und  $\frac{\pi}{2}$  einsetzen, finden wir, wenn noch zur Abkürzung  $a, \sin J = u$ ,  $a, \cos J = v$ ,  $a, \sin L = u$ ,  $a, \cos L = v$ , gesetzt wird, folgende Beziehungen:

$$1) v_i + v_r = 0$$

$$2) \mu \sin i (u_i + u_r) = -d_j$$

$$3) v_i - v_r = \frac{\lambda}{2\pi} d_r + \sin i_j$$

$$4) u_i - u_r = 0.$$

Hiernach ist also (1 und 4):

$$a_i^2 = a_r^2,$$

d. h. die Intensitäten des reflectirten und einfallenden Strahles sind einander gleich.

Setzen wir  $a_i = -a_r$ , so ist wegen 1 und 4 zu setzen:

$$L = -J.$$

Mit Rücksicht auf die gefundene Gleichheit von  $a_i^2$  und  $a_r^2$  liefern ferner die beiden mittleren Gleichungen:

$$2u_i = \frac{-d_j}{\mu \sin i} = \frac{-V n^2 \sin i^2 - 1}{n \sin i \cos i} d_j,$$

$$2v_i = \frac{\lambda}{2\pi} d_r + \sin i_j = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 \sin i^2 - 1} d_r + \sin i_j.$$

Also ist:  $\frac{u_i}{v_i} = \tan J = \frac{-\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} \cdot b_r}{x_r \sin i \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} + n \sin^2 i \cos i b_r}$ .

Setzt man nun  $x_r : b_r = -d : \frac{2\pi}{\lambda} \sin i$ , oder

$x_r = -\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} \cdot a_r$ ,  $b_r = n \sin i \cdot a_r$ , so kommt:

$$\tan J = -\frac{n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{\cos i}.$$

Die Gleichung 2 bestimmt endlich noch den Werth von  $a_r$ ; es ist nämlich:

$$a_r = \frac{2n \cos i}{\sqrt{n^4 \sin^2 i + \cos^2 i - n^2}} \cdot a_i.$$

Indem wir die gefundenen Resultate zusammenfassen, ergeben sich uns für den einfallenden, gespiegelten und streifenden Strahl bei senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Lichte folgende Gleichungen:

$$\varrho_i = a_i \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i)$$

$$\varrho_r = -a_i \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i) + L_1 \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_r = x_r e^{i\sigma} \cos \left[ \frac{2\pi}{\tau} (\eta_r t - x \sin i_r) + R_1 \right] \\ \zeta_r = b_r e^{i\sigma} \sin \left[ \frac{2\pi}{\tau} (\eta_r t - x \sin i_r) + R_1 \right] \end{array} \right\}$$

wenn man hat:

$$\tan L_1 = \frac{n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{\cos i} = \tan R_1,$$

$$d = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1},$$

$$x_r = -\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} \cdot a_r, \quad b_r = n \sin i \cdot a_r,$$

$$a_r = \frac{2n \cos i}{\sqrt{n^4 \sin^2 i + \cos^2 i - n^2}} \cdot a_i.$$

Wenn das einfallende und somit auch das gebrochene Licht in die Einfallsebene polarisirt ist, so werden die Gleichungen jener beiden Lichte:

$$\eta_i = b_i \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i) + J \right]$$

$$\eta_r = b_i \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i) + L \right],$$

und die Gleichung des streifenden Strahles wird die Form haben:

$$\eta_r = b_r e^{i\alpha} \sin \frac{2\pi}{T_r} (v_r t - \alpha \sin i_r).$$

Von unseren Bedingungsgleichungen entsprechen diesem Falle die beiden letzten; diese werden hier:

$$\text{I. } \mu [b_r \cos(V+J) - b_i \cos(V+L)] = db_r \sin V,$$

$$\text{II. } b_r \cos(V+J) + b_i \cos(V+L) = b_r \cos V.$$

Aus diesen Gleichungen folgt für bezüglich  $V=0$  und  $V=\frac{\pi}{2}$ :

$$1) \quad v_i - v_r = 0$$

$$2) \quad \mu(u_i - u_r) = -db_r$$

$$3) \quad v_i + v_r = b_r$$

$$4) \quad u_i + u_r = 0.$$

Die erste und letzte Gleichung lassen ersehen, daß auch hier das gespiegelte Licht die volle Intensität des einfallenden zeigt. Setzen wir demgemäß  $b_r = b_i$ , so ist ferner  $L = -J$  zu setzen. Die beiden mittleren Gleichungen schreiben sich wie folgt:

$$2u_i = -\frac{db_r}{\mu},$$

$$2v_i = b_r.$$

Hieraus ergibt sich:

$$\frac{u_i}{v_i} = \tan J = -\frac{d}{\mu} = -\frac{V n^2 \sin^2 i - 1}{n \cos i}.$$

Endlich findet man noch mit Rücksicht auf den Werth von  $\tan J$ :

$$b_r = \frac{2n \cos i}{V n^2 \sin^2 i + n^2 - 1}.$$

Wenn hiernach

$$\varphi_i = b_i \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i)$$

die Gleichung des einfallenden in die Einfallsebene polarisirten Strahles ist, so wird der gespiegelte und streifende Strahl durch folgende Gleichungen dargestellt:

$$\varphi_i = b_i \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i) + L_2 \right],$$

$$\varphi_r = b_r \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda'} (v't - x \sin i') + R_2 \right],$$

wenn man setzt:

$$\tan \frac{1}{2} L_2 = \frac{\sqrt{n^2 \sin i^2 - 1}}{n \cos i} = \tan R_2,$$

$$d = \frac{2\pi}{\lambda'} \sqrt{n^2 \sin i^2 - 1},$$

$$b_r = \frac{2n \cos i}{\sqrt{n^2 \sin i^2 + n^2 - 1}} \cdot b_i.$$

Die Verbindung der beiden Formeln für  $\tan \frac{1}{2} L_1$  und  $\tan \frac{1}{2} L_2$ , welche Cauchy bereits im Jahre 1836 veröffentlicht hat, liefert den Ausdruck für den Phasenunterschied der Componenten im gespiegelten Strahle, wie er von Fresnel zuerst gefunden wurde. Bezeichnen wir nämlich jenen Unterschied durch  $\delta$ , so ist:

$$\delta = L_1 - L_2,$$

$$\begin{aligned} \tan \frac{\delta}{2} &= \frac{\tan \frac{1}{2} L_1 - \tan \frac{1}{2} L_2}{1 + \tan \frac{1}{2} L_1 \cdot \tan \frac{1}{2} L_2} \\ &= \frac{\cos i / \sqrt{n^2 \sin i^2 - 1}}{n \sin i^2}. \end{aligned}$$

Diesem Ausdruck können wir noch eine andere Gestalt geben, indem wir den kritischen Winkel  $I$  einführen, für den man hat  $\sin I = \frac{1}{n}$ ; es ist nämlich auch:

$$\frac{\tan \frac{1}{2} \delta}{\cos i} = \frac{\sqrt{\sin(i-I) \sin(i+I)}}{\sin i^2}.$$

Zweitens.

Cauchy hat darauf aufmerksam gemacht, daß der zuletzt gefundene Ausdruck in dem Falle einer Berichtigung bedarf, wo der Ellipticitätscoefficient nicht verschwindet, und eine dem entsprechende Formel aufgestellt. Letztere vermochten wir nicht zu erlangen, obgleich wir der Rechnung aller Wahrscheinlichkeit nach dieselben Prämissen zu Grunde legten wie Cauchy; wir finden nämlich:

$$\frac{\tan \frac{\delta}{2}}{\cos i} = \frac{\epsilon \sin I^2 + \sqrt{\sin(i-I)\sin(i+I)}}{\sin^2 i},$$

während Cauchy (*Compt. rend.* XXX.) angiebt:

$$\frac{\tan \frac{\delta}{2}}{\cos i} = \frac{\epsilon \sin i^2 + \sqrt{\sin(i-I)\sin(i+I)}}{\sin^2 i}.$$

Wir können die Vermuthung nicht ganz unterdrücken, es möchte sich bei der Mittheilung der letzten Formel ein Fehler eingeschlichen haben, und deshalb theilen wir nachfolgend unsere Rechnung mit, indem wir der Sache zu Liebe uns gerne der Gefahr aussetzen, *selbst* eines Irrthums gezeiht zu werden.

Um den allgemeinen Fall der Totalreflexion zu behandeln, muß man aus früher angegebenen Gründen die an der Spitze stehenden vier Bedingungsbedingungen aufgeben und zu den sechs allgemeinen Gleichungen übergehen, die im Anfange unserer letzten Mittheilung aufgeführt sind.

Wenn erstlich die Oscillationen des einfallenden Lichtes der Einfallsebene parallel sind, und wenn wir den streifenden Strahl durch die Gleichungen

$\xi_r = r \cdot e^{i\alpha} \cos \frac{2\pi}{t_r} (v_r t - x \sin i_r)$ ,  $\zeta_r = i \cdot e^{i\alpha} \sin \frac{2\pi}{t_r} (v_r t - x \sin i_r)$  darstellen, so liefern jene erwähnten sechs Gleichungen die folgenden acht neuen Grundgleichungen:

- 1)  $\cos i (u_r + u_r) + (r - r') \cos S = r$ ,
- 2)  $\cos i (v_r + v_r) - (r - r') \sin S = 0$
- 3)  $\sin i (u_r - u_r) + (i - i') \sin S = 0$
- 4)  $\sin i (v_r - v_r) + (i - i') \cos S = i$ ,
- 5)  $\mu \cos i (u_r - u_r) - (r c + r' c') \sin S = 0$
- 6)  $\mu \cos i (v_r - v_r) - (r c + r' c') \cos S = d \cdot i$ ,
- 7)  $\mu \sin i (u_r + u_r) + (i c + i' c') \cos S = -d \cdot i$ ,
- 8)  $\mu \sin i (v_r + v_r) - (i c + i' c') \sin S = 0$ .

Wir setzen nun für die Verhältnisse der Größen  $r, \dots, i'$  dieselben Werthe wie in unserer letzten Mittheilung und untersuchen, welches alsdann die Werthe von  $u, \dots, a, \dots, r, i$  und  $S$  seyen, die obigen Gleichungen genügen.



Zunächst ergibt sich aus 3 und 5:

$$[\mu \cos i (\xi - \zeta) + \sin i (x c + x' c')] \sin S = 0, \text{ oder:}$$

$$a, \left( \frac{K'}{K} c + \frac{K}{K'} c' \right) \sin S = 0.$$

Hieraus schliessen wir, dass für  $S$  einer der drei Werthe  $0, \pm \pi$  zu setzen ist; wir wählen den ersteren und können dann für die obigen acht Gleichungen die sechs folgenden und einfacheren setzen.

$$1) u_1 - u_2 = 0$$

$$2) v_1 + v_2 = 0$$

$$3) \cos i (u_1 + u_2) + (x - x') = x,$$

$$4) \sin i (v_1 - v_2) + (\xi - \zeta) = \xi,$$

$$5) \mu \cos i (v_1 - v_2) - (x c + x' c') = d \cdot x,$$

$$6) \mu \sin i (u_1 - u_2) + (\xi c + \zeta' c') = -d \cdot \xi.$$

Die beiden ersten Gleichungen, welche  $a_1^2 = a_2^2$  liefern, sagen uns, dass das gespiegelte Licht dem einfallenden an Intensität gleichkommt, und sie verrathen ferner, dass man bei der Annahme  $a_1 = -a_2$  auch  $L = -J$  zu setzen habe. Mit Rücksicht hierauf, und wenn wir noch zur Abkürzung  $x - x' = \alpha', \xi - \zeta = \beta', x c + x' c' = \gamma'$  und  $\xi c + \zeta' c' = \delta'$  setzen, können wir für die weiter zu behandelnden Gleichungen schreiben:

$$1) 2u_1 \cos i = x - \alpha'$$

$$2) 2v_1 \sin i = \xi - \beta'$$

$$3) 2v_1 \cdot \mu \cos i = d x + \gamma'$$

$$4) 2u_1 \cdot \mu \sin i = -d \xi - \delta'.$$

Zuvörderst berechnet sich:

$$x_r = \frac{\alpha' \cdot \mu^2 \sin i - \beta' \cdot d \mu \cos i - \gamma' \cdot d \sin i - \delta' \cdot \mu \cos i}{(\mu^2 + d^2) \sin i}$$

$$\xi_r = \frac{\alpha' \cdot \mu d \sin i + \beta' \cdot \mu^2 \cos i + \gamma' \cdot \mu \sin i - \delta' \cdot d \cos i}{(\mu^2 + d^2) \cos i},$$

oder, wie die Substitution der Werthe von  $\alpha' \dots \delta'$  (Siehe hierüber unsere letzte Mittheilung) in erster Annäherung liefert:

$$x_r = - \frac{n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{i \sin^2 i (n^2 - 1)} \cdot \alpha'$$

$$\xi_r = \frac{n^2 \sin i}{i \sin^2 i (n^2 - 1)} \cdot \alpha',$$

wo  $\alpha' = \varepsilon \sin i (K + K') a_i$  ist, wenn  $K, K'$  die Extinctions-coëfficienten der beiden Mittel sind, und  $\varepsilon$  den Ellipticitäts-coëfficienten für den Uebergang aus dem zweiten ins erste Mittel bedeutet. Es liefern aber ferner die beiden ersten Gleichungen:

$$2u_i = \frac{x_r - \alpha'}{\cos i}, \quad 2v_i = \frac{y_r - \beta'}{\sin i}, \quad \text{oder:}$$

$$2u_i = - \frac{n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)}{\cos i} \cdot \frac{\alpha'}{\varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)}$$

$$2v_i = \frac{\alpha'}{\varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)},$$

woraus sich ergibt:

$$4a_i^2 = \frac{1}{\cos^2 i} [n^4 \sin^2 i + \cos^2 i - n^2 + p \cdot \varepsilon] \frac{\alpha'^2}{\varepsilon^2 \sin^4 i (n^2 - 1)^2},$$

wo  $p = 2n(n^2 - 1) \sin^2 i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}$  ist.

Man hat hiernach:

$$a_i^2 = \frac{4 \sin^2 i \cos^2 i (n^2 - 1)^2}{n^4 \sin^2 i + \cos^2 i - n^2 + p \cdot \varepsilon} \cdot \frac{1}{(K + K')^2} \cdot a_i^2.$$

Die bisher vorgenommenen Entwicklungen bestimmen aber den streifenden Strahl, sowie die beiden verschwindenden Strahlen vollständig; es erübrigt, das Phasenverhältniß des einfallenden und reflectirten Strahles zu suchen. Hierfür hat man nach dem Obigen einfach:

$$\tan J = \frac{u_i}{v_i} = - \frac{1}{\cos i} [n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)].$$

Fassen wir jetzt die gefundenen Resultate zusammen, indem wir schliesslich wie gewöhnlich die Phase des einfallenden Lichtes gleich Null setzen. Für Oscillationen, die der Einfallsebene parallel sind, sey die Gleichung des einfallenden Strahles

$$q_i = a_i \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i).$$

Alsdann ist die Gleichung des total reflectirten Strahles:

$$q_i = -a_i \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (vt - E_i) + L_i \right],$$

wenn man hat:

$$\tan \frac{1}{2} L_1 = \frac{1}{\cos i} [n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)].$$

Die Gleichungen des streifenden Strahles sind:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= x \cdot e^{it} \cos \left[ \frac{2\pi}{l} (vt - x \sin i) + R_1 \right] \\ \zeta &= y \cdot e^{it} \sin \left[ \frac{2\pi}{l} (vt - x \sin i) + R_1 \right] \end{aligned} \right\}$$

Hier ist:

$$d = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1},$$

$$\tan R_1 = \frac{1}{\cos i} [n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)],$$

$$x = -\frac{n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{\sin i (n^2 - 1)} (K + K') a, \quad y = \frac{n^2 - 1}{n^2} (K + K') a,$$

$$a = \frac{2 \sin i \cos i (n^2 - 1)}{\sqrt{n^4 \sin^2 i + \cos^2 i - n^2 + p \cdot z}} \cdot \frac{1}{K + K'} \cdot a_1,$$

$$p = 2n(n^2 - 1) \sin^2 i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}.$$

Endlich sind die Gleichungen für die beiden verschwindenden Strahlen:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= \frac{2\pi}{\lambda} \sin i \cdot \frac{K'}{K} \cdot e^{-it} \cdot a \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{l} (vt - x \sin i) + S_1 \right] \\ \zeta &= c \cdot \frac{K'}{K} \cdot e^{-it} \cdot a \cdot \sin \left[ \frac{2\pi}{l} (vt - x \sin i) + S_1 \right], \\ \xi' &= \frac{2\pi}{\lambda} \sin i \cdot \frac{K}{K'} \cdot e^{it} \cdot a \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{l} (vt' - x \sin i') + S_1 \right] \\ \zeta' &= -c' \cdot \frac{K}{K'} \cdot e^{it} \cdot a \cdot \sin \left[ \frac{2\pi}{l} (vt' - x \sin i') + S_1 \right]. \end{aligned} \right\}$$

Hier ist außer dem schon angegebenen Werthe von  $a$ , zu setzen:

$$\tan S_1 = \frac{1}{\cos i} [n \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1} + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)],$$

$$c = \sqrt{K^2 + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \sin i \right)^2}, \quad c' = \sqrt{K'^2 + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \sin i \right)^2}.$$

Sehr einfach gestalten sich die Sachen, wenn die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene zu stehen kommen. Es muß alsdann von den verschwindenden Strahlen Abstand

genommen werden, und da überdies in diesem Falle die allgemeineren Bedingungsgleichungen für die Bewegung an der Trennungsfläche mit denjenigen zusammenfallen, welche für die neutrale Reflexion gelten, so folgt, *dass die Formeln der letzteren sich hier ohne Weiteres auf den allgemeinen Fall übertragen.* Ins Besondere hat man nach dem Früheren für die Phase  $L_2$  des gespiegelten Strahles, die des einfallenden gleich Null gesetzt:

$$\tan \frac{1}{2} L_2 = \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n \cos i}.$$

Indem wir diese Formel mit der für  $L_1$  verbinden, finden wir für den Phasenunterschied  $\delta$  der beiden Componenten des gespiegelten Strahles:

$$\begin{aligned} \tan \frac{\delta}{2} &= \frac{\frac{n w + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)}{\cos i} \cdot \frac{w}{n \cos i}}{1 + \frac{n w + \varepsilon \sin^2 i (n^2 - 1)}{\cos i} \cdot \frac{w}{n \cos i}} \\ &= \cos i \cdot \frac{w + n \varepsilon \sin^2 i}{n \sin^2 i + \varepsilon \sin^2 i w} \quad \text{für } w = \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}. \end{aligned}$$

In erster Annäherung folgt hieraus:

$$\begin{aligned} \tan \frac{\delta}{2} &= \frac{\cos i}{\sin^2 i} \left[ \frac{w}{n} + \varepsilon \left( \sin^2 i - \frac{w^2}{n^2} \right) \right] \\ &= \frac{\cos i}{\sin^2 i} \left( \frac{w}{n} + \frac{\varepsilon}{n^2} \right). \end{aligned}$$

Führen wir den kritischen Winkel  $I$  ein, so ist:

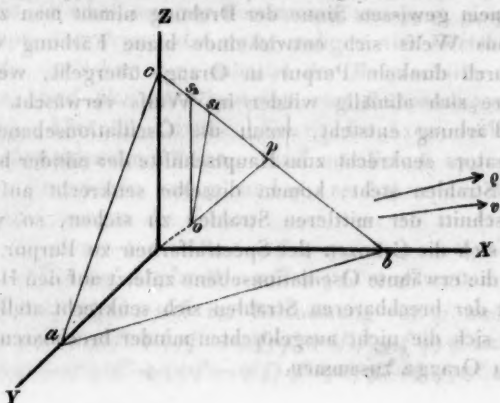
$$\tan \frac{\delta}{2} = \frac{\varepsilon \sin I + \frac{\sin(i-I) \sin(i+I)}{\sin^2 i}}{\sin^2 i} \cos i.$$

Schließlich dürfen wir nicht verfehlen darauf aufmerksam zu machen, dass in den auf unseren Gegenstand bezüglichen Formeln, welche in Jamin's *Mémoire sur la réflexion totale* (*Ann. de Ph. et de Ch.*) vorkommen, und welche in die deutschen Zeitschriften übergegangen sind, in dem Nenner  $I$  mit  $i$  zu vertauschen ist.

VII. Ueber die Dispersion der Hauptschnitte zwei-  
axiger Krystallplatten, sowie über die Bestimmung  
der optischen Axen durch Beobachtung der Haupt-  
schnitte; von Beer in Bonn.

Die Dispersion der optischen Axen in zweiaxigen Kry-  
stallen bedingt begreiflicherweise im Allgemeinen auch eine  
Dispersion der Hauptschnitte einer Platte, die aus einem  
solchen Krystalle geschnitten wird. In beiweitem den  
meisten Fällen wird diese Dispersion freilich nur sehr klein  
und für den Versuch verschwindend seyn, ich überzeugte  
mich aber durch die Rechnung, daß sie bei dem Seignette-  
salz, das mit einer so enormen Axendispersion begabt ist,  
nothwendig sehr deutlich auftreten müsse und fand dies  
auch durch die Beobachtung bestätigt. Da das soeben er-  
wähnte Factum meines Wissens noch nicht besprochen  
worden ist, so erlaube ich mir hier etwas näher darauf  
einzugehen.

Die X-Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystemes  
falle mit der ersten Mittellinie (Brachydiagonale), die  
Z-Axe mit der zweiten Mittellinie (Hauptaxe) eines Sei-  
nettesalz-Krystalles zusammen. Man lege nun eine Ebene  $abc$



so, daß sie gegen die drei Axen gleich geneigt ist, und suche ihre Hauptschnitte, wie sie den Axen für rothes und für violettes Licht entsprechen, auf. Die Trage eines dieser Hauptschnitte für violettes Licht sey  $os_1$ , der entsprechende Hauptschnitt für rothes Licht  $os_2$ , unter  $o$  den Mittelpunkt des Dreiecks  $abc$  verstanden. Läßt man nun von  $o$  das Perpendikel  $op$  auf die Seite  $bc$  herab, so ist, die von Herschel gemessenen Axenwinkel  $56^\circ$  und  $76^\circ$  zu Grunde gelegt:

$$pos_1 = 36^\circ 27,5', pos_2 = 41^\circ 6',$$

woraus sich ergibt:

$$s_1 os_2 = 4^\circ 38,5'.$$

Die Dispersion der Hauptschnitte für rothes und violettes Licht beträgt also nicht weniger als  $4\frac{1}{2}^\circ$ , ein Resultat, das sich durch die folgende Beobachtung verificirt.

Man lege eine Platte des erwähnten Salzes, so geschnitten, daß sie nahezu die Richtung der Ebene  $abc$  hat, auf das Tischchen des Polarisationsapparates in solcher Lage, daß die Oscillationsebene des einfallenden Lichtes möglichst genau mit einem Hauptschnitte zusammenfällt, und nähere hierauf die Oscillationsebene des Analysators der zur Oscillationsebene des Polarisators senkrechten Lage. Alsdann und indem man über diese Lage hinausgeht, beobachtet man eine wechselnde Färbung der Platte. Bei einem gewissen Sinne der Drehung nimmt man zuerst eine aus Weiß sich entwickelnde blaue Färbung wahr, die durch dunkeln Purpur in Orange übergeht, welches Letztere sich allmählig wieder ins Weiß verwäscht. Die erste Färbung entsteht, wenn die Oscillationsebene des Analysators senkrecht zum Hauptschnitte der minder brechbaren Strahlen steht; kommt dieselbe senkrecht auf den Hauptschnitt der mittleren Strahlen zu stehen, so vereinigen sich die Gränzen der Spectralfarben zu Purpur, und wenn die erwähnte Oscillationsebene zuletzt auf den Hauptschnitt der brechbareren Strahlen sich senkrecht stellt, so setzen sich die nicht ausgelöschten minder brechbaren Farben zu Orange zusammen.

Das Obige bietet uns Gelegenheit zur Mittheilung der folgenden Bemerkungen, die sich auf die wechselseitige Beziehung der Hauptschnitte und der optischen Äxen von Platten, welche aus demselben Krystalle geschnitten sind, beziehen.

Die Gleichungen der Hauptschnitte einer zweiaxigen Krystallplatte, bezogen auf drei rechtwinklige Axen, seyen:

$$E_1 \equiv u_1 x + v_1 y + w_1 z = 0, \quad E_2 \equiv u_2 x + v_2 y + w_2 z = 0.$$

Die Gleichungen zweier Ebenen, die durch die Normale der Platte gehen und mit jedem der Hauptschnitte  $E$  gleiche Winkel bilden, welche zwei Ebenen dann die optischen Axen aufnehmen können, haben alsdann die Form:

$$E_1 \equiv E_1 + \lambda E_2 = 0, \quad E_2 \equiv E_1 - \lambda E_2 = 0.$$

Sind die Gleichungen der optischen Axen:

$$[x = pz, y = qz] [x = p'z, y = q'z],$$

so muß, wenn die Ebenen  $E$  je eine dieser Axen aufnehmen sollen, seyn:

$$\frac{E_1}{E_2} [x = pz, y = qz] + \frac{E_1}{E_2} [x = p'z, y = q'z] = 0,$$

oder:

$$(u_1 p + v_1 q + w_1)(u_2 p' + v_2 q' + w_2)$$

$$+ (u_1 p' + v_1 q' + w_1)(u_2 p + v_2 q + w_2) = 0.$$

Bestimmt man nun die Hauptschnitte von drei weiteren Platten, so erhält man zur Bestimmung von  $p, q, p', q'$ , also der optischen Axen, die nothwendigen vier Gleichungen. Um die optischen Axen mittelst der Hauptschnitte aufzusuchen, sind also im Allgemeinen vier Bestimmungen nothwendig. Aber die letzteren liefern die Axen noch nicht auf unzweideutige Weise. Sind nämlich  $f, \varphi, \psi$  etc. lineare Functionen von  $p'$  und  $q'$ , so haben die Bestimmungsgleichungen die Form:

$$pf + q\varphi + \psi = 0, \quad pf' + q\varphi' + \psi' = 0,$$

$$pf'' + q\varphi'' + \psi'' = 0, \quad pf''' + q\varphi''' + \psi''' = 0.$$

Hieraus ergibt sich zur Bestimmung von  $p'$  und  $q'$ :

$$-(\psi\varphi' - \psi'\varphi)f'' + (\psi f' - \psi' f)\varphi'' + (f\varphi' - f'\varphi)\psi'' = 0,$$

$$-(\psi\varphi' - \psi'\varphi)f''' + (\psi f' - \psi' f)\varphi''' + (f\varphi' - f'\varphi)\psi''' = 0.$$



Da diese Gleichungen vom dritten Grade sind, so erhält man durch die erwähnte Bestimmungsweise neun analytisch mögliche Axenpaare, von denen wenigstens eines reell ist.

Wenn im Besonderen die Normale der optischen Axen bekannt ist, so sind nur zwei Bestimmungen nothwendig, welche vier analytisch mögliche Axenpaare liefern, von denen wenigstens zwei reell sind.

Nicht ganz unpractisch dürfte die Bestimmung der optischen Axen mittelst der Hauptschnitte bei gewissen rhombischen Krystallen erscheinen, z. B. dem Schwefel, den ich wenigstens sehr schwierig bei der Bearbeitung fand, und von dem es doch wohl gelingen dürfte einen octaëdrischen Krystall zu finden, durch den man senkrecht zu zwei Octaëderflächen hindurchsehen kann; auch bei allzukleinen Krystallen dürfte das Verfahren zum Ziele führen und jedenfalls würde durch dasselbe das Aufsuchen der Axen erleichtert. Wir halten aber das Verfahren bei rhombischen Krystallen deshalb für anwendbar, weil hier eine einzige Beobachtung zur vollständigen Bestimmung der Axen hinreicht (natürlich unterstellt, daß die beobachtete Platte alle drei Krystallaxen schneidet). Legen wir die Coordinatenaxen in die Krystallaxen, so ergeben sich hier die folgenden möglichen Fälle, wo jedesmal bei den Bedingungen entweder die oberen Zeichen  $\wedge$  oder die unteren gleichzeitig zu nehmen sind.

Bedingungen.	Ebene d. A.	Gleichungen der Axen.
$u_1 u_2 \wedge 0, v_1 v_2 \wedge 0, w_1 w_2 \wedge 0$	XY	$z=0, y=px; p=\pm \sqrt{\frac{u_1 u_2}{v_1 v_2}}$
$u_1 u_2 \wedge 0, v_1 v_2 \leq 0, w_1 w_2 \wedge 0$	XZ	$y=0, x=pz; p=\pm \sqrt{\frac{w_1 w_2}{u_1 u_2}}$
$u_1 u_2 \wedge 0, v_1 v_2 \leq 0, w_1 w_2 \leq 0$	YZ	$x=0, y=pz; p=\pm \sqrt{\frac{w_1 w_2}{v_1 v_2}}$

Aus leicht begreiflichen Gründen erlangt man aus der Bestimmung der optischen Axen mittelst der Hauptschnitte

beiweitem nicht die Genauigkeit wie durch das directe Verfahren, und wird daher jene immer nur eine *ultima ratio* bleiben. Bei einer Platte, die gegen die drei Krystallaxen gleich geneigt ist, dreht sich ein Hauptschnitt nur um  $30^\circ$ , wenn der Winkel der optischen Axen von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  anwächst.

### VIII. Ueber das Zerfließen und Verwittern der Salze; von P. Kremers.

Ein jedes Salz, welches innerhalb bestimmter Schwankungen des Wärme- und Feuchtigkeitszustandes der umgebenden Luft zerfließt, tritt bei allmählig gesteigerter Temperatur in den Zustand der Unveränderlichkeit oder Neutralität und gelangt, falls es gebundenes Wasser enthält, bei noch höherer Temperatur in einen dritten Zustand, den der Verwitterbarkeit. Die Aufeinanderfolge dieser drei Zustände ist für alle Salze gleich, dagegen erscheinen Lage und Umfang des Mittelzustandes der Neutralität bei den einzelnen Salzen oft sehr verschieden und bedingen dadurch, daß dieses Salz schon zerfließt, während jenes unter denselben Umständen noch neutral ist und ein drittes sogar verwittert.

Versucht man, darüber etwas festzustellen, was denn eigentlich die so verschiedene Lage des Mittelzustandes der Neutralität zunächst verursacht, so möchten solche Salze am ehesten darüber Aufschluß ertheilen, welche einen der drei Zustände in besonders hohem Grade zeigen. Vergleicht man z. B. miteinander die Salze, welche sich durch eine bedeutende Zerfließlichkeit auszeichnen, so sind es gewöhnlich Salze mit starken Säuren von oft hohem Atomgewichte, so daß die Vermuthung nahe liegt, es möchten die Salze in Anbetracht der Lage ihres Neutralitätszustan-

des ein Verhalten darbieten, wie es schon früher für die Lage ihres Nullpunktes dargethan wurde <sup>1)</sup>). Um nur einiges Wenige zu erwähnen, so sind unter den 17 überchlorsauren Salzen, deren Verhalten Gmelin in seinem Handbuche näher angiebt, 13 zerfließlich und nur 4 neutral <sup>2)</sup>), wogegen andererseits unter den Salzen der eigentlichen Metalle mit hohem Atomgewichte Zerfließlichkeit nur eine seltene Erscheinung ist. Eine weitere Ausführung dieser Verhältnisse würde ganz das Gepräge der frühern Untersuchung über die Lage des Nullpunktes der Salze haben <sup>3)</sup>), daher hier nur eine kurze Uebersichtstabelle die bisher aufgefundenen Vergleichungsreihen in sich vereinigt.

Die Anordnung der Tabelle ist so getroffen, dafs jeder zuerst angeführte negative oder positive Körper sich mit jedem der rechts in gleicher Linie befindlichen Körper zu einer Gruppe von Salzen vereinigt, deren Verhalten bei gewöhnlichem Wärme- und Feuchtigkeitszustande der Luft durch die vorgesetzten Zeichen <sup>4)</sup>) angedeutet ist. Die Wahl der Salze verdient in sofern noch Erörterung, als eigentlich nur solche Salze mit einander vergleichbar erscheinen, welche eine gleiche Anzahl Wasseratome enthalten; da indefs ein gewässertes Salz gewifs nicht zerfließlich seyn wird, wenn es schon im weniger gewässerten Zustande als neutral erscheint und ersteres ebenso wenig neutral seyn wird, wenn letzteres schon verwittert, so kann hier, während die Reihe der verglichenen Salze von den zerfließlichen zu den verwitternden hinansteigt, die Anzahl der Wasseratome auch abnehmen, ohne dadurch die Vergleichung zu beeinträchtigen. Auch mufs noch bemerkt werden, dafs sämtliche Salze, welche kein Citat begleitet, dem Handbuche der Chemie von Gmelin entnommen sind und dafs, wo keine

1) Pogg. Ann. Bd. 86, S. 384.

2)  $\text{ClO}_7$  (—  $\text{NaO}$ ; —  $\text{LiO}$ ; —  $\text{BaO}$ ; —  $\text{SrO}$ ; —  $\text{CaO}$ ; —  $\text{MgO}$ ; —  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ; —  $\text{MnO}$ ; —  $\text{ZnO}$ ; —  $\text{CdO}$ ; —  $\text{CuO}$ ; —  $\text{HgO}$ ; —  $\text{AgO}$ ; 0  $\text{NH}_4\text{O}$ ; 0  $\text{KO}$ ; 0  $\text{PbO}$ ; 0  $\text{Hg}_2\text{O}$ ).

3) l. c.

4) — = zerfließlich, 0 = neutral, + = verwitternd.

ausführliche Analyse vorgefunden wurde, dieß durch ? angedeutet ist.

Cl	— Li + 4 <sup>1)</sup>   0 Na   0 K
Cl	— Mg + 6   — Ca + 6   0 Sr + 6   0 Ba + 2
Cl	— Mn   — Fe   — Co   — Ni   — Cu   — Zn   0 Hg   0 Pb   0 Ag
Br	— Mg + 6   — Ca + ?   0 Sr + 6   0 Ba + 2
Br	— Mn   — Co   — Ni   — Cu   — Zn   0 Hg   0 Pb   0 Ag
J	— Li + 6 <sup>2)</sup>   0 Na + 4   0 K
J	— Mg ?   — Ca ?
J	— Mn   — Ni   — Zn   0 Hg   0 Pb   0 Ag
SO <sub>3</sub>	— Mg O   0 Ca O   0 Sr O   0 Ba O
SO <sub>3</sub>	— Mn O   — Fe O   — Co O   — Ni O   — Cu O   — Zn O   0 Pb O   0 Ag O
NO <sub>3</sub>	— Li O   0 Na O   0 K O
NO <sub>3</sub>	— Mg O + 6   — Ca O + 4   0 Sr O   0 Ba O
NO <sub>3</sub>	— Mn O + 6   0 Co O + 6   0 Ni O + 6   — Zn O + 6   — Cd O + 4   0 Pb O   0 Ag O
S <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	— Li O + 2 <sup>3)</sup>   0 Na O + 2   0 K O
S <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0 Mg O + 6   0 Ca O + 4   0 Sr O + 4   + Ba O + 4
ClO <sub>3</sub>	— Na O   0 K O
Na O	— Cl O <sub>7</sub>   0 J O <sub>7</sub>
Sr O	— Cl O <sub>5</sub> + 1   0 Br O <sub>5</sub> + 1
Ca O	— Cl O <sub>5</sub> + 2   0 Br O <sub>5</sub> + 1

Die vorstehende Tabelle zeigt, wie der Neutralitätszustand eines Salzes, durch die Stärke der Säure und deren oft hohes Atomgewicht einerseits, andererseits durch das geringe Atomgewicht der Basis erhöht, alsbald wieder bis zur gewöhnlichen Temperatur und oft noch unter dieselbe sinkt, wenn jene Basis durch ähnliche von höherem Atomgewicht ersetzt wird; wie also die Lage des Neutralitätszustandes der Salze zugleich mit der Lage ihres Nullpunktes sich ändert. Es verdient wohl noch besonders hervorgehoben zu werden, daß die Gruppen einiger Säuren, wie sie in den drei letzten Zeilen der Tabelle angeführt sind, ein anscheinend widersprechendes Resultat liefern, indem hier gerade stets die Säure mit dem niedrigsten Atomgewicht den Neutralitätszustand am meisten erhöht, welcher Umstand um so bemerkenswerther ist, als auch bereits früher bei der Untersuchung der Lage des Nullpunktes der Salze auf ganz dasselbe Verhältniß hingedeutet wurde<sup>4)</sup>.

1) Des Raumersparnisses wegen wurde *aq* stets fortgelassen.

2) Rammelsberg, Pogg. Ann. 66, 79.

3) ib.

4) Pogg. Ann. 86, 388.

Bei der Bestimmung der Stärke dieser und ähnlicher Säuren ist daher aufser der Höhe ihres Atomgewichtes auch noch das Verhältniß zu betrachten, in welchem der negativere zum positiveren Bestandtheil sich befindet.

Soweit über die Lage des Neutralitätszustandes der Salze. Was seinen Umfang betrifft, so ist derselbe mitunter so groß, daß nur bedeutende Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen ihn begränzen, bald kann er aber auch so klein werden, daß er sich der Beobachtung fast ganz entzieht, gleich wie auch bei einigen Körpern von einem eigentlichen Schmelzen nicht die Rede ist, wenn Sublimations- und Erstarrungspunkt sich bis zum Ueberdecken nähern <sup>1)</sup>).

Es ist mir keine Arbeit bekannt geworden, welche das Verhalten der Salze in gleichen, nebeneinander liegenden Temperatur- und Feuchtigkeitsintervallen zum Gegenstande hat, und da ich selbst bisher nicht Gelegenheit hatte, einzelne dahin zielende Versuche anzustellen, so beschränkt sich das Wenige, was hier darüber mitgetheilt werden kann, bloß auf das während der natürlichen Schwankungen der atmosphärischen Zustände Beobachtete.

Gmelin führt nur drei Salze an, deren jedes in diesem nicht unbedeutenden Intervalle alle drei Zustände zeigen kann <sup>2)</sup>), dagegen 93 andere, welche das ganze Intervall hindurch nur im Mittelzustande der Neutralität erscheinen. Diesen Erfahrungen nach zu schliessen wird also der Neutralitätszustand der Salze, dem flüssigen Zustande der Körper ähnlich, nur in seltenen Fällen durch Intervalle gemessen, welche kleiner sind als die natürlichen Schwankungen des Wärme- und Feuchtigkeitszustandes der Luft.

1)  $\text{As}_2\text{Cl}_3$ ;  $\text{NiCl}_2$ ;  $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ .

2)  $\text{NaJ} + 4\text{aq}$ ;  $\text{NiCl} + 9\text{aq}$ ;  $\text{NiO}$ ,  $\text{NO}_2 + 6\text{aq}$ ;

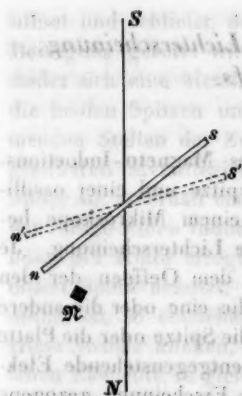
IX. *Versuch einer Erklärung der Ausdehnung der Körper durch die Wärme; von Adolph Fick in Zürich.*

Nach der Annahme der Physiker unterscheiden sich zwei Masseneinheiten desselben Stoffes von verschiedener Temperatur nur dadurch, daß die Amplituden der Oscillationen, welche die intermolecularen Aetheratome ausführen, bei der wärmeren größer sind als bei der kälteren; und doch nimmt die wärmere einen größeren Raum ein, als die kältere, d. h. liegen in der wärmeren die constituirenden Molecule weiter aus einander. Die große Mehrzahl der Physiker ist nun wohl einverstanden mit der Ansicht von der Constitution der Materie, die im Wesentlichen Poisson seiner berühmten Abhandlung über die Begründung der Gleichgewichts- und Bewegungsgleichungen fester und flüssiger Massen (*Journal de l'école polytechnique* 20<sup>me</sup> cah.) zu Grunde gelegt hat, und die in einem kleinen vor kurzem erschienenen Schriftchen von Wilhelmy (Versuch einer mathematisch physikalischen Theorie der Wärme, Heidelb. 1851) ausführlicher auseinander gesetzt worden ist. Nach dieser Anschauung ziehen sich alle ponderablen Atome gegenseitig an, und stoßen sich ebenso alle Aetheratome gegenseitig ab; zwischen einem ponderablen und einem Aetheratome hat Anziehung statt. Daher findet sich jedes ponderabele Atom von einer verdichteten Aethersphäre umgeben, und die zwischen den Aethersphären stattfindende Abstossung kann unter Umständen die Anziehung der ponderablen Kerne überwiegen (gasförmiger Aggregatzustand). Man denke sich nun der Einfachheit wegen zwei Molecule A und B (ponderabele Atome mit ihren Aethersphären) und dazwischen ein ruhendes Aetheratom c und es sey ferner durch irgendwelche Einrichtung keine andere Bewegung dieser drei Körper möglich als Verschiebung längs der ihre Mittel-

$A' A a c b B B'$  punkte verbindenden Geraden. Bei  $\bigcirc \bigcirc \dots \bigcirc \bigcirc$  einem gewissen Molecularabstand  $AB$  wird nun Gleichgewicht statthaben zwischen den Abstofsungen, welche die beiden Aethersphären von  $A$  und  $B$  von  $c$  aus erfahren, und der gegenseitigen Anziehung ihrer ponderablen Kerne, vermindert um die gegenseitige Abstofsung der beiden Aethersphären. Oscillirte nun das Aetheratom um die Gleichgewichtslage  $c$  zwischen den äussersten Gränzlagen  $a$  und  $b$  mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit, so würden die beiden Körper  $A$  und  $B$  nicht mehr ihre ursprünglichen Gleichgewichtslagen beibehalten können. Da nämlich jedenfalls die Abstofsung zwischen zwei Aethertheilchen sehr viel rascher wächst als die gegenseitige Entfernung abnimmt, so wird der Ueberschuss der z. B. auf die Aethersphäre um  $A$  ausgeübten Abstofsung auf dem Wege von  $c$  nach  $a$  und wieder nach  $c$  zurück, über die von dem in  $c$  ruhenden Aetheratom ausgeübte, gröfser seyn als der Abgang an Abstofsung (unter jenes Mittel, was bei der Ruhe in  $c$  Statt hat), der bei der Bewegung von  $c$  nach  $b$  und wieder zurück nach  $c$  eintritt. Es werden also die Molecüle bei andauernder Oscillation von  $c$  neue Gleichgewichtslagen  $A'$  und  $B'$  suchen, die weiter von einander abstehen als die alten  $A$  und  $B$ .

Diese Betrachtung ist nun zu veranschaulichen durch einen sehr leicht anzustellenden Versuch, dessen Resultat sich von selbst verstehend sehr in die Augen fällt. Das Molecul  $A$  ersetzt man durch den Nordpol einer Magnetnadel von sehr grofser Schwingungsdauer, das Aetheratom  $c$  durch den Nordpol eines anderen Magnets, welches ein Pendel von sehr kleiner Schwingungsdauer bildet. Die Anziehung zwischen  $A$  und  $B$  wird repräsentirt durch die horizontale Componente des Erdmagnetismus. Die Anordnung des Versuchs ergibt sich leicht. Sey  $ns$  (s. umstehende Figur) die Magnetnadel durch den (in der Projection zum Quadrat verkürzten als Pendel auf zwei Spitzen aufliegenden) Magnetstab  $\mathfrak{N}$  aus dem magnetischen Meridian





dian  $SN$  abgelenkt — der Nordpol des Magnetstabes muß in derselben Ebene hängen, in welcher die Magnetnadel schwingt und natürlich das untere Ende des Pendels bilden. Versetzt man jetzt das magnetische Pendel in Oscillationen, so sieht man deutlich die Magnetnadel noch weiter vom Meridian abweichen und in einer Lage wie z. B.  $n's'$  zur Ruhe kommen oder um dieselbe ganz kleine unregelmäßige Oscillationen ausführen.

Ich übersehe keineswegs die Schwierigkeiten, welche eine Verallgemeinerung der eben mitgetheilten Betrachtung über die Ausdehnung der Körper durch die Mittheilung von Oscillationen an den intermolecularen Aether (durch Wärmemittheilung) hat, daß man unterandern gezwungen wäre, anzunehmen, um die allseitige Ausdehnung zu erklären, daß die Oscillationen nach allen Richtungen des Raumes stattfanden. Indessen glaube ich doch, daß diese Betrachtung einer Prüfung durch den Calcul werth wäre, und erlaube mir dieselbe gewandteren Mathematikern vorzuschlagen <sup>1)</sup>.

- 1) Die ganze obige Betrachtung gründet sich, wie man leicht sieht, auf ein stillschweigend vorausgesetztes statisches Axiom, das mir neu zu seyn scheint, wenigstens habe ich dasselbe noch nirgend erwähnt gefunden. Dieses Axiom läßt sich ganz allgemein so aussprechen. Man stelle sich vor, daß ein mit einer gewissen Kraft begabter Punkt abwechselnd verschiedene Orte im Raume einnehme, und zwar seyen die sehr kurzen unmittelbar aufeinander folgenden Zeiträume, die er an den einzelnen Orten zubringt, beziehlich  $= \phi_1, \phi_2, \phi_3$  etc.; auch soll er ferner bei jedem Male, daß er wieder an demselben Orte verweilt, wieder einen gleichen Zeitraum daselbst zubringen, endlich soll sich der Punkt an allen Orten gleich oft befinden. Seyen nun die einer gewissen Richtung parallelen Componenten der statischen Kraft, welche der Punkt bei längerem Verweilen an den verschiedenen Orten in einem

X. Ueber die Neeff'sche Lichterscheinung;  
von P. Rieffs.

Als Dr. Neeff die Funken eines Magneto-Inductionsstromes, die zwischen einer Platinspitze und einer oscillirenden Platte übergingen, unter einem Mikroskope betrachtete, sah er eine merkwürdige Lichterscheinung. Je nachdem der Inductionsstrom, bei dem Oeffnen der den Eisenkern umgebenden Drahtrolle, die eine oder die andere Richtung hatte, leuchtete entweder die Spitze oder die Platte mit violettem Lichte, während die entgegenstehende Elektrode dunkel blieb. Der aus dieser Erscheinung gezogene Schluss, daß die Elektrizität an der negativen Elektrode wärmeloses Licht, an der positiven lichtlose Wärme erzeuge<sup>1)</sup>, ist auffallend genug, um eine erneute Untersuchung der Thatsache zu rechtfertigen.

Ich benutzte zu den folgenden Versuchen einen vortrefflichen kleinen Inductionsapparat aus der Werkstatt von Siemens und Halske, an dem die äußere, inducirte Drahtrolle, aus 5680 Windungen eines  $\frac{1}{4}$  Millimeter dicken Kupferdrahtes gebildet, nur 30 Linien lang, 27 Lin. breit ist; die darein geschobene, innere Drahtrolle (469 Windungen eines 1 Mm. dicken Drahtes) ein Eisendrahtbündel umgiebt, und die oscillirende Zunge, die das voltaische Element

bestimmten Punkte des Raumes ausüben würde, bezüglich  $= P_1, P_2, P_3$  etc. (so daß also während des Ortswechsels die Kraft  $P_n$  während des Zeitraumes  $\vartheta_n$  allemal wirksam ist); dann ist die während des beschriebenen Vorganges in jenem Punkte wirksame statische Gesamtcomponente längs der angenommenen Richtung

$$= \frac{\vartheta_1 P_1 + \vartheta_2 P_2 + \vartheta_3 P_3 + \dots}{\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 + \dots}$$

Da dieses Axiom auch unabhängig von der in dieser Notiz mitgetheilten Hypothese über die Ausdehnung der Körper durch die Wärme vielleicht nicht ohne Interesse ist, so werde ich mich damit beschäftigen einen experimentellen Nachweis dafür zu liefern.

1) Diese Annalen Bd. 66, S. 414, Bd. 69, S. 141.

öffnet und schließt, durch einen kleinen Elektromagnet in Bewegung gesetzt wird. Ueber und unter der Zunge befindet sich eine Metallspitze an dem Ende einer Schraube; die beiden Spitzen und die mit ihnen in Berührung kommenden Stellen der Zunge bestehen aus einer wenig angreifbaren Metalllegirung. Wendet man nur die obere Spitze an, so erhält man bei jeder vollständigen Schwingung der Zunge Einen Inductionsstrom (es wird nur der bei Oeffnung der Kette erregte Strom betrachtet); wird auch die untere Spitze benutzt, wozu ein zweites voltaisches Element nöthig ist, so entstehen bei jeder Schwingung zwei Ströme. Diese Ströme können, durch die Stellung der beiden voltaischen Elemente, in gleicher oder entgegengesetzter Richtung erhalten werden.

Die Neeff'sche Lichterscheinung hat eine unverkennbare Aehnlichkeit mit einer elektrischen Erscheinung, die Faraday unter dem Namen der dunklen Entladung beschrieben hat (*experim. research. al. 1544, Annalen 48. 430*) und die neuerdings in Berlin und Paris auch mit den Funken des Magneto-Inductionsstromes dargestellt worden ist. Ich nahm einen niedrigen, an beiden Enden durch Metallfassungen geschlossenen Glascylinder, in dem zwei Messingkugeln von  $4\frac{1}{2}$  Linien Durchmesser einander bis  $\frac{1}{2}$  Linie genähert waren. Jede Kugel stand durch einen zölllangen Metallstiel mit einer der beiden Fassungen in Verbindung. Die Luft im Cylinder wurde bis 2 Linien Quecksilberdruck verdünnt, und der Cylinder, senkrecht aufgestellt, in den inducirten Draht des Inductionsapparates eingeschaltet. Als an diesem die eine Contactspitze mit dem Zink, die andere mit dem Kupfer von je einem Daniell'schen Elemente verbunden war, so daß die einander folgenden Inductionsströme entgegengesetzte Richtung hatten, wurden beide Kugeln und ihre Stiele mit einem wallenden hellblauen (lavendelblauen) Lichte bedeckt und die einander zugewandten Kuppen der Kugeln leuchteten mit einem glänzenden Tiefblau (Kornblumenblau). Die Umwendung des einen Stromes, durch welche beide Ströme gleichgerichtet

wurden, hatte zur Folge, daß nur eine bestimmte Kugel leuchtete, die andere vollkommen dunkel blieb. Belehrender wird der Versuch, wenn man an dem Inductionsapparate nur die obere Contactspitze gebraucht und in die Hauptschließung einen Inversor einschaltet. Man hat es dann in seiner Gewalt, abwechselnd die obere und untere Kugel im Cylinder leuchten zu lassen, während jedesmal die zweite Kugel dunkel bleibt, und überzeugt sich davon, daß die leuchtende Kugel stets die negative Elektrode ist, das heißt die Kugel, nach welcher der Strom im Cylinder übergeht. Noch einfacher lehrte dies ein Versuch an der gewöhnlichen Elektrisirmaschine. Der Glaszylinder wurde so aufgestellt, daß  $\frac{1}{4}$  Linie lange Funken von dem Conductor der Maschine auf die obere Fassung schlugen, während die untere zur Erde abgeleitet war. Bei positiver Elektrisirung des Conductors leuchtete die untere, bei negativer die obere Kugel im Cylinder. Es sey beiläufig bemerkt, daß, obgleich hier, wie früher, das blaue Licht dauernd die ganze Kugel und ihren Stiel bedeckte, und die entgegenstehende Kugel dunkel blieb, doch die Erscheinung einen weniger gefälligen Anblick gewährte, als bei dem Inductionsapparate, der durch Ein Daniell'sches Element mit sehr verdünnter Schwefelsäure erregt worden war. Es rührt dies davon her, daß die sonst vortreffliche Elektrisirmaschine, bei der Bewegung durch die Hand, die Ströme weniger regelmäsig auf einander folgen ließ, als der Inductionsapparat, bei welchem die Folge der Ströme durch die oscillirende Zunge regulirt wird.

Zur Hervorbringung der Neeff'schen Erscheinung ist die oscillirende Zunge nicht unmittelbar nöthig; ich habe sie an einem sehr einfachen Apparate beobachtet. Auf einem Brette ist ein Metallstück mit darauf gelötheter Platinplatte und darüber eine Schraube mit einer Platinspitze befestigt, so daß die Spitze der Platte beliebig genähert werden kann. Der Apparat wurde zwischen den Enden der inducirten Drahtrolle des Inductionsapparats eingeschaltet; ich beobachtete die Platinplatte und Spitze durch ein Mikroskop mit 45 maliger Vergrößerung, während ich die Schraube

behutsam bewegte. Als die Entfernung der Spitze von der Platte so groß war, daß keine Funken übergingen, blieben beide dunkel; dasselbe war der Fall, als bei Verringerung der Entfernung der Strom überging, und die Funken als hellglänzende gebogene Lichtlinien erschienen. Bei fernerer Näherung von Spitze und Platte wurden die Funkenlinien gerade, folgten immer schneller auf einander und konnten nicht mehr einzeln unterschieden werden; plötzlich verlor der Funkenstrom seinen Glanz, wurde matt silberweiß, und zugleich leuchtete, je nach der Richtung des Stromes, an der Spitze oder Platte ein tiefblaues Licht auf. Dieses Licht bedeckte auf der Platte eine größere Fläche, an dem Schraubenende nur die äußerste Kuppe der abgerundeten Spitze. Nachdem diese spitzer gefeilt war, ging das Licht auch an die Seiten der Spitze hinauf. Eine secundäre Erscheinung ist das Aufleuchten weißer Pünktchen, die in großer Menge im blauen Lichte, einzeln auch an der dunklen Elektrode erschienen und verschwanden. Diese Punkte sind glühende Platintheilchen und erschienen in weit geringerer Menge, als ich Platte und Spitze, statt aus Platin, aus der von Siemens und Halske gebrauchten Platinlegirung verfertigt anwendete. Am auffallendsten zeigte sich die Neeff'sche Lichterscheinung; wenn ich einen feinen Platindraht an der Schraube befestigte, und dessen Ende der Platte sehr nahe stellte; alsdann leuchtete die Platte, als negative Elektrode, mit tiefblauem Lichte, und der Draht, wenn er negative Elektrode war, wurde eine ansehnliche Strecke hinauf von dem blauen Lichte umflackert. Da diese Strecke über  $\frac{1}{2}$  Linie betrug, so bedurfte ich das Mikroskop nicht mehr, und konnte mit unbewaffnetem Auge das blaue Licht deutlich an Spitze oder Platte erkennen.

Die beschriebenen Lichterscheinungen in freier Luft sind dem Ansehen nach identisch mit jenen, welche die Electricität in einem Glaszylinder hervorbringt, in welchem die Luft allmählich verdünnt wird, und es ist einzusehen, daß die beiden Erscheinungen auch dem Wesen nach identisch sind. Der elektrische Funke zerreißt die Luft und schleu-

dert auf seiner Bahn die Lufttheilchen fort. Indem der Funke zwischen einer Platte und dem Ende eines dagegen normal gerichteten Drahtes übergeht, entsteht unter der Drahtspitze auf der Platte ein luftverdünnter Raum, der durch die Luft an der Oberfläche des Drahtes wieder gefüllt wird, so daß, augenblicklich nach dem Funken, auch an dieser Oberfläche die Luft verdünnt seyn muß. Bei sparsamem Uebergange der Funken ist bei jedem Funken die Luftverdünnung aufgehoben, die der vorangehende erzeugt hat, und das Ansehen der Funken bleibt ungeändert; ist aber die Folge der Funken sehr schnell, so bleibt die Luft verdünnt, in welcher die Elektrizität an der negativen Elektrode als Glimmlicht, an der positiven als Büschel sichtbar wird. Das Glimmlicht ist stets mit einer Forttreibung von Luft verbunden und unterhält daher die erzeugte Luftverdünnung. Der auffallende Umstand, daß bei den gewöhnlichen Versuchen in freier Luft das Glimmen nur an Stellen von Leitern auftritt, die eine große elektrische Dichtigkeit besitzen und sich nicht durch Funken entladen können; hier im Gegentheile das Glimmen bedingt wird durch das Vorangehen von Funken, wird erklärlich, da dem Funkenstrom nur die Bestimmung zukommt, die Luftverdünnung einzuleiten. In der Neeff'schen Beobachtung an der Zunge des Inductionsapparats wird die Wirkung der Funken durch die oscillirende Zunge unterstützt, da die Funken in der verdünnten Luftwelle übergehen, welche der von der Spitze abgehenden Zunge folgt.

Nach dieser Erörterung giebt die Neeff'sche Lichterscheinung keinesweges den Beweis einer überall vorwaltenden Lichtentwicklung an der negativen Elektrode, sondern bleibt nur ein artiges Corollar zu der Erfahrung, daß in stark verdünnter Luft, und bei geringerer Entfernung zweier Elektroden, nur die negative Elektrode mit Glimmlicht bedeckt wird, indess bei geringer Verdünnung und größerer Entfernung auch die positive Elektrode glimmt. So liefs Faraday in einer Glocke Elektrizität zwischen 2 Metallstäben übergehen, deren Enden 4 Zoll von einander

standen, und sah beide Stäbe in einer Strecke von mehr als 1 Zoll mit Glimmlicht bedeckt; er sah eine positive elektrische Kugel glimmen, der eine negativ elektrisirte Spitze gegenüber stand. Die Luft war in der Glocke bis 4,4 Zoll Quecksilber verdünnt (*experim. research.* 1531. 29). Ist hiermit das Neeff'sche Phänomen im empirischen Sinn erklärt, das heisst auf eine früher bekannte Erscheinung zurückgeführt, so darf nicht vergessen werden, dass diese bekannte Erscheinung sehr räthselhaft ist und noch immer ihre theoretische Erklärung erwartet.

#### XI. *Verbesserte Construction eines Apparates zur Erläuterung verschiedener Erscheinungen bei rotirenden Körpern; von G. Magnus.*

Bei Gelegenheit einer Untersuchung über die Abweichung der Geschosse, habe ich auf eine auffallende Erscheinung aufmerksam gemacht, welche bei rotirenden Körpern stattfindet, und einen Apparat <sup>1)</sup> angegeben, der bestimmt ist so wohl die Bewegung der cylindroconischen Geschosse zu erläutern, als auch zu zeigen, dass die Axe eines rotirenden Körpers nur dann fest erscheint, wenn sie vollständig frei ist, dagegen leicht beweglich wird, wenn man sie verhindert sich nach einer Richtung zu bewegen.

Diesen Apparat habe ich jetzt in veränderter Form ausführen lassen, so dass er bequemer zum experimentiren ist, zugleich sind an demselben einige Abänderungen angebracht, durch welche es möglich ist die verschiedenen auffallenden Erscheinungen, welche bei rotirenden Körpern vorkommen, vollständiger als bisher darzustellen.

Die neue Construction ist in Fig. 12 und 13 auf Tafel III abgebildet. *AB* und *CD* sind zwei mit dicken Rän-

1) Poggendorff's Annalen Bd. LXXXVIII. S. 26.



dem versehene Scheiben aus Messing von 3,8 Zoll Durchmesser, die mit ihren Axen  $ab$  und  $vd$  zwischen Spitzen in den Bügeln  $abfg$  und  $cdhk$  leicht beweglich sind. Die Bügel sind an der Stange  $mn$  angebracht, welche durch die Schraube  $e$  in der Hülse  $os$  festgehalten wird, und mit dieser Hülse zwischen zwei, in dem gabelförmigen Stück  $pqr$  angebrachten Spitzen  $q$  und  $r$  um die horizontale Axe  $qr$  leicht beweglich ist. Das gabelförmige Stück wird von der runden, unten zugespitzten Axe  $vw$  getragen. Der ganze Apparat ruht daher auf der Spitze bei  $w$ , und ist folglich um die verticale wie um die horizontale Axe leicht beweglich.

Um entweder die eine oder die andere dieser Bewegungen hemmen zu können, ist das Messingstück  $pu$  bei  $p$  an dem gabelförmigen Stück  $pqr$  so befestigt, daß es durch die Schraube  $z$  leicht in die Höhe geschraubt werden kann, und dann gegen das an der Hülse  $os$  angesetzte halbkreisförmige Stück  $xy$  drückt. Dadurch ist es möglich  $mn$  in jeder Neigung gegen den Horizont zu fixiren. Löst man die Schraube  $z$  wieder, so sinkt das Stück  $pu$  durch seine Schwere und die Bewegung wird wieder frei.

Damit ferner auch die Bewegung um die verticale Axe gehemmt und außerdem entweder beschleunigt oder verzögert werden könne, ist bei  $n$  in das Stück  $pu$  noch ein Draht  $tu$  eingeschraubt.

Bei  $m$  und  $n$  lassen sich die Drähte  $ml$  und  $ni$  anhängen, in welche man verschiedene Gewichte  $P$ , die mit Haken versehen sind, einhängen kann.

Ein hölzerner Griff  $EF$ , an dem zwei gleich lange Schnüre bei  $E$  und  $F$  befestigt sind, dient dazu die beiden Scheiben  $AB$  und  $CD$  in Rotation zu versetzen. Indem man diese Schnüre auf die Axen der Scheiben entweder in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne aufwickelt, und dann gleichzeitig abzieht, ist es möglich die Scheiben entweder in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne rotiren zu lassen, und ihnen eine sehr nahe gleiche Geschwindigkeit zu ertheilen.

Setzt man beide in demselben Sinne in Rotation, so daß sie sich wie eine einzige Masse bewegen, und ist die Axe  $mn$  ganz frei beweglich, so beharrt dieselbe, wenn bei  $l$  und  $i$  gleiche, oder keine Gewichte angebracht sind, fest in ihrer Richtung. Ist auf der einen Seite ein größeres Gewicht vorhanden als auf der andern, so bewegt sich der Apparat um seine verticale Axe, und zwar, wenn das Uebergewicht bei  $m$  angebracht ist, in entgegengesetzter Richtung als wenn es in  $n$  wirkt. Auch versteht es sich von selbst, daß die Richtung der Bewegung verschieden ist, je nachdem die Rotation der Scheiben in dem einen oder in dem andern Sinne stattfindet. Bewegen sich dieselben in Bezug auf einen in der Verlängerung von  $mn$  befindlichen Beobachter, wie der Zeiger einer Uhr, und ist an dem Theile des Apparats, welcher dem Beobachter zugewandt ist, das Uebergewicht angebracht, so bewegt sich dieser Theil von der Rechten zur Linken jenes Beobachters.

Während dieser Bewegung um die verticale Axe ändert sich die Neigung gegen den Horizont kaum merklich; selbst wenn auf der einen Seite eine um zwei Pfund oder 1000 Grammes größere Belastung vorhanden ist als auf der andern. Beschleunigt man dann die Rotation um die verticale Axe, indem man den Stab  $tu$  mit der Hand herumführt, so hebt sich die belastete Seite, und umgekehrt senkt sich dieselbe, wenn man die Winkelgeschwindigkeit des Apparats verzögert. Hemmt man diese vollständig, indem man den Stab  $tu$  festhält, so fällt sogleich die belastete Seite herab und zwar so tief als möglich.

Läßt man den auf der einen Seite z. B. bei  $m$  belasteten Apparat frei um die verticale Axe rotiren und klemmt ihn, während seiner Bewegung, mittelst der Schraube  $z$  in der Neigung, die er gerade gegen den Horizont hat, fest, so hört die Drehung um die verticale Axe auf, beginnt aber, vorausgesetzt daß die Scheiben  $AB$  und  $CD$  noch in ihrer Rotation verharren, sogleich wieder, sobald man die Schraube  $z$  löst. Nur muß man sich hüten beim Lösen dieser Schraube die beginnende Rotation um die verticale

Axe aufzuhalten, weil sonst die belastete Seite des Apparats sogleich herabfällt.

Wenn diese Seite so tief fällt als sie fallen kann, d. i. bis eine der Hervorragungen  $x$  oder  $y$  gegen das Stück  $pu$  schlägt, so hört die Drehung um die verticale Axe auf, weil die Bewegung um die horizontale Axe gehemmt ist. Hebt man dann aber die belastete Seite mit der Hand wieder in die Höhe, so beginnt auch sogleich wieder die Rotation um die verticale Axe. Dabei tritt dann gewöhnlich eine eigenthümliche Bewegung ein. Indem nämlich der Apparat um die verticale Axe rotirt, bewegt sich die belastete Seite pendelartig auf und nieder.

Wenn man statt diese Seite zu heben, den Stab  $tu$  mit der Hand im Kreise herumführt, und dadurch den ganzen Apparat um seine verticale Axe mit einer Geschwindigkeit dreht, die etwas grösser ist als die, mit welcher er sich um dieselbe gedreht hätte, wenn die Bewegung um die horizontale Axe nicht gehemmt wäre; so hebt sich die belastete Seite von selbst und die Drehung um die verticale Axe geht dann von selbst weiter, vorausgesetzt dass die Scheiben  $AB$  und  $CD$  noch mit hinreichender Geschwindigkeit rotiren.

Setzt man beide Scheiben  $AB$  und  $CD$  mit gleicher Geschwindigkeit aber nach entgegengesetzter Richtung in Rotation, so bleibt der Apparat, auch wenn seine Bewegung nach allen Richtungen ungehindert ist, leicht beweglich und das geringste Uebergewicht bei  $m$  oder  $n$  macht die stärker belastete Seite sogleich sinken. Rotirte nämlich nur die eine Scheibe, so würde der ganze Apparat in entgegengesetztem Sinne um die verticale Axe  $vw$  sich drehen, als wenn die andere Scheibe allein rotirte. Er wird daher nach zwei entgegengesetzten Richtungen um diese Axe gedreht, und da die beiden drehenden Kräfte gleich sind, so heben sie sich auf. Dadurch sind beide Drehungen um die verticale Axe gehemmt. Es tritt daher ganz dasselbe ein, wie wenn nur eine Scheibe rotirte, oder beide sich in gleichem Sinne bewegten und der Stab  $tu$  mit der Hand festgehalten würde.

Die sämmtlichen erwähnten Versuche kann man auch ausführen ohne Gewichte anzuwenden. Wenn nämlich die Schraube  $e$  gelöst wird, so läßt sich die Stange  $mn$  in der Hülse  $os$  hin und her schieben, so dafs man dem Apparat die in Fig. 13 angedeutete Gestalt geben kann. Dann wirkt das Gewicht der Scheibe  $CD$  an einem längern Hebelarm als das der andern  $AB$ , und dadurch entsteht dieselbe Wirkung, wie wenn bei  $n$  Gewichte angehängt wären. Je gröfser dann die Differenz der beiden Hebelarme ist, um so schneller rotirt der Apparat.

Durch die Verschiebung von  $mn$  in der Hülse  $os$  ist es möglich, noch einen andern Versuch anzustellen. Sind nämlich die Entfernungen der rotirenden Scheiben von der verticalen Axe  $ow$  ungleich, und man setzt beide Scheiben in entgegengesetzter Richtung aber so viel als möglich mit gleicher Geschwindigkeit in Rotation, so ist der Apparat ganz leicht beweglich. Auch wenn man durch Gewichte bei  $m$  den kürzeren Schenkel so belastet, dafs das Gleichgewicht hergestellt ist, so wird durch das geringste Uebergewicht, durch welches, wenn die Scheiben nicht rotiren, das Gleichgewicht gestört wird, dasselbe auch während der Rotation gestört. Hieraus geht hervor, was auch schon aus anderen Gründen einzusehen ist, dafs die Entfernung, in welcher die rotirende Masse sich von der verticalen Axe befindet, von keinem oder von einem auferordentlich geringen Einflufs auf die Drehung des Apparats ist.

Da es zweckmäfsig zu seyn scheint, diesen Apparat mit einem eignen Namen zu bezeichnen, so möchte ich, weil er für eine gröfsere Anzahl von Versuchen über die Rotation benutzt werden kann, vorschlagen ihn ein *Polytropium* oder ein *Polytrop* zu nennen.

XII. Ueber die Metallreflexion an gewissen nicht-metallischen Substanzen; vom Prof. G. G. Stokes.  
(*Phil. Magaz.* 1853, Vol. VI. p. 393.)

Im Octoberheft des *Phil. Magazine* findet sich eine Uebersetzung von einem Aufsatz des Hrn. Haidinger über die optischen Eigenschaften des *Herapathits*. In diesem Aufsatz bezieht sich derselbe auf eine Mittheilung, welche ich der Versammlung Britischer Naturforscher zu Belfast gemacht habe; und wirklich war ein Hauptzweck seiner Untersuchung zu sehen, ob ein von ihm entdecktes und schon vielfach bestätigtes Gesetz über den Zusammenhang der zurückgeworfenen und durchgelassenen Farben bei Körpern, wo diese Farben verschieden sind, sich auch bei dem erwähnten Salze bewähren würde. Der in Moigno's *Cosmos* <sup>1)</sup> veröffentlichte Bericht von meiner Mittheilung verleitete ihn zu glauben, meine Beobachtungen ständen im Widerspruch mit seinem Gesetz.

Einige Beobachtung über das Safflor-Roth (*Carthamine*), welches ich auf seine Fluorescenz zu untersuchen veranlasst war, lenkten meine Aufmerksamkeit zuerst auf diesen Gegenstand. Der Verfolg des Zusammenhangs, welchen ich zwischen dem Absorptionsvermögen und der Fluorescenz eines Mediums beobachtet hatte, führte mich besonders dahin, auf die Zusammensetzung des von dem Pulver durchgelassenen Lichtes zu achten, und dabei fand ich, daß das Medium, während es auf alle brechbareren Strahlen des sichtbaren Spectrums kräftig einwirkte, das grüne Licht mit merkwürdiger Energie absorbirte. Hierbei war mir die metallische gelbgrüne Reflexion an dieser Substanz sehr auffallend. Die fast metallische Opacität des Mediums in Bezug auf grünes Licht schien mir zusammenzuhängen mit der Reflexion eines grünlichen Lichtes von metallischem

1) *Vol. I*, p. 574.

Ansehen. In der That fand ich das Medium darin mit einem Metalle übereinstimmend, daß es in der Vibrationsphase des winkelrecht gegen die Einfallsebene polarisirten Lichts eine Verzögerung gegen das in dieser Ebene polarisirte Licht bewirkte. Die Beobachtung wurde so angestellt, daß ich Licht, welches in einem Azimuth von etwa  $45^\circ$  polarisirt war, nahezu unter dem Winkel des Polarisationsmaximum von der Oberfläche des zu untersuchenden Mediums reflectiren liefs, und das Licht durch ein Nicol'sches Prisma betrachtete, vor welchem eine rechtwinklich gegen die Axe geschnittene Kalkspathplatte befindlich war. Durch folgeweise Anwendung verschiedener absorbirender Media fand sich dann, daß bei rothem Licht, für welches das Safflor-Roth vergleichungsweise transparent ist, die reflectirten Strahlen nahezu plan-polarisirt waren, während bei grünem und blauem Licht eine bedeutende Ellipticität auftrat.

Bei einem transparenten Medium würde das Licht, unter dem gehörigen Einfallswinkel, durch Reflexion ganz oder wenigstens sehr nahe polarisirt worden seyn. Wenn also das von einem Medium wie Safflor-Roth reflectirte Licht in zwei Bündel zerlegt würde, eins, das zur Unterscheidung das ordentliche genannt seyn mag, polarisirt in der Einfallsebene, und das andere oder außerordentliche, polarisirt winkelrecht gegen diese Ebene, so müßte das letztere Bündel beim Polarisationswinkel verschwinden, es sey dann, daß die Reflexionsgesetze von denen bei durchsichtigen Substanzen abwichen. Folglich ließe sich erwarten, daß das in dem außerordentlichen Bündel verbleibende Licht dem mit solcher Energie absorbirten Licht entschiedener verwandt seyn werde. Demgemäß fand sich auch, daß unter diesen Umständen das außerordentliche Bündel (beim Safflor-Roth) eine sehr reiche grüne Farbe besaß, während das Licht ohne Zerlegung gelbgrün war. Aehnliche Beobachtungen wurden am Eisenglanz gemacht.

Diese Erscheinungen erinnerten mich an eine Mitthei-

lung, die Sir David Brewster der Versammlung brittischer Naturforscher zu Southampton i. J. 1846 gemacht hatte <sup>1)</sup>, und beim Nachlesen seines Aufsatzes fand ich, daß die verschieden farbigen Bündel, der ordentliche und der außerordentliche, in dem vom Safflor-Roth reflectirten Licht dieselbe Erscheinung darboten, welche er beim chrysamminsauren Kali beschrieben hatte.

Die vorhin erwähnten Beobachtungen waren gegen Ende des J. 1851 gemacht. Als daher Dr. Herapath's erster Aufsatz über das neue Chininsalz erschien <sup>2)</sup>, war ich vorbereitet, das reflectirte, metallisch grüne Licht mit einer intensiven Absorptionswirkung bezüglich der grünen Strahlen zu verknüpfen. Nachdem ich nach seinen Vorschriften einige Krystalle dargestellt hatte, war es mir leicht, den Fortschritt der Absorption bei Licht, welches in einer Ebene winkelrecht gegen die, wie man gewöhnlich sagt, längste Dimension der Krystallplatten polarisirt war, zu verfolgen und zu sehen, wie das Licht, bei vergrößerter Dicke, von Roth in Schwarz überging. Selbst der dickste dieser Krystalle war so dünn, daß er bei einem in der Längen-Ebene polarisirten Lichte kaum eine Farbe zeigte, das Resultat der Kreuzung zweier solchen Platten war daher für Jeden mit der Optik Vertrauten sehr auffallend. Die intensive Absorption war leicht mit der metallischen Reflexion verknüpft. Ein mündlicher Bericht von diesen Beobachtungen wurde in der Sitzung der *Cambridge Philosophical Society* vom 15 Mai 1852 gegeben, aber erst in der Versammlung der Brittischen Naturforscher zu Belfast, nachdem sie mit einigen Zusätzen zum zweiten Male beschrieben worden, wurde ein Abriss von ihnen veröffentlicht. Eine Notiz von dieser Mittheilung erschien im *Athenaeum* vom 25 Sept. 1852 und aus dieser Quelle scheint der nicht ganz fehlerfreie

1) *Notice of a new property of light exhibited in the action of chrysammate of potash upon common and polarized light (Transactions of the sections p. 7).* — (Ann. Bd. 69, S. 552).

2) *Phil. Mag. (1852 März) Vol. III, p. 161.* (Ann. Bd. 89, S. 250).



Bericht in *Cosmos* entlehnt zu seyn. In dem Bericht im *Athenaeum* ist die Farbe des rascher absorbirten Bündels kurz mit den Worten beschrieben: »Allein in Bezug auf in der Haupt-Ebene der Breite polarisirtes Licht sind die dickeren Krystalle vollkommen schwarz, nur die dünneren lassen Licht durch, welches von tief rother Farbe ist«. Die comparative Durchsichtigkeit der Krystalle für rothes Licht wird späterhin ausdrücklich verknüpft mit der grünen Farbe des wie von einem Metall reflectirten Lichts. Allein in dem Bericht im *Cosmos* steht statt dessen: »*tandis que pour le cas de la lumière polarisée dans le plan principal de la largeur ils sont opaques et noirs, quelque minces qu'ils soient d'ailleurs.*« Dieser Fehler führte Hr. Haidinger zu der Voraussetzung, meine Beobachtungen widersprächen seinem Gesetz, wogegen ich in der That, ohne damals etwas von seiner Arbeit zu kennen, unabhängig zu einem ähnlichen Schluss gerathen war.

Indem ich meine eigenen Beobachtungen über Safflor-Roth, Herapathit u. s. w. anführe, liegt meinen Wünschen nichts ferner, als die Priorität Derjenigen, denen sie gebührt, zu vernachlässigen. Hr. Haidinger entdeckte mehre Jahre früher das Phänomen der Reflexion verschieden farbiger entgegengesetzt polarisirter Lichtbündel, welche Sir David Brewster kurz hernach und unabhängig beim chrysamminsauren Kali auffand. Hr. Haidinger hat vom Anfang an bei vielen Krystallen ein sehr richtiges Kennzeichen des Phänomens, nämlich die Orientirung der Polarisation des reflectirten Lichts beobachtet, was Sir David Brewster beim chrysamminsauren Kali nicht wahrgenommen zu haben scheint und bei diesem Salz vielleicht auch nicht sehr deutlich wahrzunehmen ist. In einem späteren Aufsatz erwähnt Hr. Haidinger der complementären Relation der reflectirten und durchgegangenen Farben <sup>1)</sup>. Die Anwendung der Kalk-

1) In dem Aufsatz: »Ueber den Zusammenhang der Körperfarben oder der farbig durchgelassenen und der Oberflächenfarben oder des zurückgeworfenen Lichts gewisser Körper« Sitzungsberichte der math. phys.

spath-Ringe als Mittel zur Entdeckung der elliptischen Polarisation hat nichts Neues und die Eigenschaft durch Reflexion von plan-polarisirtem Licht elliptisches hervorzu-  
bringen, ist schon früher, selbst bei Substanzen pflanzlicher  
Abkunft, beobachtet worden <sup>1)</sup>. Ich weiß jedoch nicht, daß  
chromatische Veränderungen des Phasenwechsels experimen-  
tell verknüpft worden sind mit chromatischen Veränderungen  
einer intensiven Absorptionswirkung seitens des Mediums.  
Ich habe bisher nur einen Fall dieser Verknüpfung erwähnt,  
werde indess gegenwärtig Gelegenheit haben, noch einen  
anderen anzuführen.

Ich halte es nur für gerecht gegen mich selbst, den  
Fehler im *Cosmos* (aus welchem Hr. Haidinger meine  
Beobachtungen kennen lernte) hervorzuheben, da ich mich  
dar-

Klasse der Wiener Akademie, Januar 1852) hat Hr. Haidinger eine  
Liste seiner früheren Arbeiten über diesen Gegenstand gegeben. Die-  
ser Aufsatz enthält einen methodischen Bericht von den Eigenschaften  
der bis dahin von dem Verfasser in Bezug auf Oberflächen- und Kör-  
perfarben untersuchten Substanzen, dreißig an der Zahl. Einen Ab-  
druck von diesem und den übrigen Aufsätzen verdanke ich der Güte  
des Verfassers.

- 1) Vor mehr als zwanzig Jahren hat Sir David Brewster in seinem  
wohlbekannten Aufsatze »*On the phaenomena and Laws of Elliptic  
Polarization, as exhibited in the action of Metals upon Light*«  
(*Phil. Trans. f.* 1830, p. 291, diese Ann. Bd. XXI, S. 219) die Abän-  
derung der Kalkspath-Ringe als ein Kennzeichen des durch Reflexion  
von Metallen polarisirten Lichts bezeichnet. In einer der *British As-  
sociation* auf ihrer Versammlung zu Southampton i. J. 1846 gemach-  
ten Mittheilung erwähnt Hr. Dale unter einer Reihe von Substanzen  
des Indigos als einer, bei welcher er mittelst der Kalkspath-Ringe el-  
liptische Polarisation entdeckt habe. Er verknüpft indess hiebei diese  
Eigenschaft nicht mit der intensiven Absorptionskraft der Substanz, son-  
dern mit deren hoher Brechbarkeit.

Ich spreche hier nicht von den kleineren Ellipticitätsgraden, die  
durch die feinen Untersuchungen von Jamin bei dem durch Reflexion  
an durchsichtigen Substanzen polarisirten Licht überhaupt entdeckt wor-  
den sind, theils weil sie so klein sind, daß sie von der Ellipticität beim  
Carthamin u. s. w. weit abstehen, theils weil sie zu dem vorliegenden  
Gegenstand keine Beziehung zu haben scheinen.

darnach eines schweren Versehens bei der Untersuchung des Herapathits schuldig gemacht hätte. Allein ich würde kaum gewagt haben, meine Beobachtungen über *Carthamin* u. s. w. anzuführen, geschähe es nicht häufig, wenn mehre Personen für sich zu einem ähnlichen Schlusse gelangen, daß eine von ihnen auf Ansichten kommt, die der anderen nicht beigefallen sind. Im gegenwärtigen Fall hoffe ich, indem ich meine Ansichten über die Natur des Phänomens im Detail angebe, etwas zu dem von Hrn. Haidinger und Sir David Brewster bereits Geleisteten hinzufügen zu können, und es scheint mir daher am Orte zu seyn, die Beobachtungen anzuführen, aus welchen jene Ansichten hervorgingen.

Wie es scheint besitzen gewisse Substanzen, namentlich viele vegetabilische, die Eigenschaft, daß sie Licht, welches farbig ist und ein metallisches Ansehen hat, reflectiren, nicht zerstreuen (*scattering*). An diesen Substanzen beobachtet man eine ungemein intensive Absorptionswirkung in Bezug auf Strahlen von den Brechbarkeiten derjenigen, welche das solchergestalt reflectirte Licht constituiren, so daß für diese Strahlen die Opacität der Substanzen vergleichbar ist mit der der Metalle. Im Gegensatz zu dem, was bei den Metallen geschieht, erstreckt sich aber diese intensive Absorptionswirkung nicht auf alle Farben des Spectrums, sondern unterliegt chromatischen Variationen, in einigen Fällen sehr raschen. Das Ansehen des reflectirten Lichts, welches für sich allein nur eine unsichere Anzeige liefern würde, ist weder das einzige noch das hauptsächlichste Kennzeichen, welches diese Substanzen auszeichnet. Bei durchsichtigen Substanzen oder bei denen von nicht außerordentlich hoher Absorptionskraft (z. B. gefärbten Gläsern, Lösungen, u. s. w.) verschwindet das reflectirte Licht bei einem gewissen Einfallswinkel ganz oder fast ganz, wenn es so analysirt wird, daß es nur noch winkelrecht gegen die Einfallsebene polarisirte Strahlen enthält<sup>1)</sup>, was bei Me-

1) Ich ziehe hier nicht die eigenthümlichen Erscheinungen in Betracht, welche Sir David Brewster hinsichtlich des Einflusses der Doppel-Poggendorff's Annal. Bd. XCI.

tallen nicht der Fall ist. Bei den hier betrachteten Substanzen verschwindet das reflectirte Licht nicht; allein bei einem beträchtlichen Einfallswinkel wird das winkelrecht gegen die Einfallsebene polarisirte Bündel gewöhnlich reicher an Farbe, weil derjenige Theil des Lichts, welcher von den metallischen Eigenschaften des Mediums unabhängig ist, in grossem Maasse entfernt worden; gewöhnlich wird es auch mehr dem Lichte ähnlich, welches mit so grosser Intensität absorbirt wird. An einem durchsichtigen Mittel wird die Reflexion geschwächt oder zerstört, wenn man es mit einem andern, welches beinahe oder genau denselben Brechungsindex hat, in optischen Contact setzt. Demgemäss werden bei diesen optisch metallischen Substanzen die Farben, welche sie vermöge ihrer Metallicität<sup>1)</sup> reflectiren, zum Vorschein gebracht, wenn man sie mit Glas oder Wasser in optischen Contact setzt. Ein merkwürdiger Charakter der metallischen Reflexion besteht darin, dafs, so wie der Einfallswinkel von  $0^\circ$  aus wächst, die Vibrationsphase des in der Einfallsebene polarisirten Lichts gegen die des winkelrecht darauf polarisirten beschleunigt wird. Demgemäss findet dieselbe Veränderung mit demselben Zeichen auch bei diesen optisch metallischen Substanzen statt; allein der Betrag der Veränderung unterliegt sehr materiellen chromatischen Variationen, indem er für diejenigen Farben, welche mit grosser Energie absorbirt werden, bedeutend ist, dagegen unmerklich für diejenigen, für welche das Medium vergleichend durchsichtig ist, so, dafs die Absorption, welche von einer Schicht des Mediums, deren Dicke nur ein kleines Multipulum der Lichtwellenlänge beträgt, hervorgebracht wird, vernachlässigt werden kann. Wenn das Mittel krystallisirt ist, so kann es gebrechung eines Mediums (z. B. des Kalkspaths) auf die Polarisation des reflectirten Lichts beobachtet hat, da sie in der That nicht sehr hervortretend sind, sobald nicht das Medium mit einer Flüssigkeit von nahe demselben Brechungsindex in optischen Contact gesetzt wird.

1) Ich gebrauche dieses Wort für den Inbegriff der optischen Eigenschaften, durch welche sich ein Metall von einem durchsichtigen oder mässig gefärbten Medium, z. B. gefärbtem Glase, unterscheidet.

schehen, daß bloß das eine der entgegengesetzt polarisirten Bündel, welche es durchläßt, eine ungemein starke Absorption in Bezug auf gewisse Farben erleidet, oder, wenn dies bei beiden Bündeln der Fall ist, daß sie so absorbirten Farben verschieden sind. Ebenso kann es geschehen, daß die Absorption sich ändert mit der Richtung des Strahls innerhalb des Krystalls. In solchen Fällen wird das vermöge der Metallicität des Mediums reflectirte Licht entsprechende Veränderungen erleiden, so daß das Medium nicht nur als doppelt brechend und doppelt absorbirend, sondern auch als doppelt metallisch betrachtet werden kann.

Die eben entwickelten Ansichten sind aus der Verknüpfung gewisser theoretischer Begriffe mit einigen Versuchen abgeleitet. Sie bedürfen einer weiteren Bestätigung durch das Experiment, aber so viel ich bisjetzt weis, stehen sie mit der Erfahrung im Einklang.

Um zu erläutern, was erfolgt, wenn man ein durchsichtiges Medium mit einem optisch metallischen in optischen Contact versetzt, wähle ich das Safflor-Roth. Wenn man eine Portion dieser Substanz mittelst Wasser auf Glas bringt und das Wasser verdunsten läßt, so erhält man ein Häutchen, welches an der oberen Fläche ein gelblich grünes Licht reflectirt, an der Berührungsfläche mit dem Glase aber ein sehr schönes Grün mit einem Stich ins Blaue. Ein Grün von letzterem Ton scheint den mit größter Energie absorbirten Farben mehr wahrhaft verwandt zu seyn. Aehnliche Bemerkungen gelten von dem am *Herapathit* reflectirten Licht. Wenn man auf Glas eine kleine Portion des *Quadratits* (Cyan-Platin-Magnesium) in einem Paar Tropfen Wasser auflöst und die Flüssigkeit verdunsten läßt, so haben die Farben, welche von der oberen und der unteren Fläche des Krystallhäutchens reflectirt werden, nahe dieselbe Beziehung zu einander wie beim Safflor-Roth. Eine schöne Probe des letzteren Salzes verdanke ich der Güte des Hrn. Haidinger. Beiläufig will ich erwähnen, daß die Platinecyanide eine Salzklasse von ungemein optischem Interesse sind. Die Krystalle sind in der Regel zugleich

doppelt-brechend, doppelt-absorbirend, doppelt-metallisch und doppelt-fluorescirend. Unter dem letzteren Ausdruck verstehe ich, dafs die Fluorescenz, welche die Krystalle gewöhnlich in einem eminenten Grade zeigen, eine Beziehung hat zu fixen Richtungen in dem Krystall und zu den Azimuthen der Polarisations Ebenen der einfallenden und der ausgesandten Strahlen.

Hr. Haidinger drückt die Beziehung zwischen den Oberflächen- und Körperfarben der Substanzen so aus, dafs er sagt, sie seyen complementar. Dieser Ausdruck soll wohl nicht strenge richtig seyn; dafs er es nicht seyn kann, läfst sich durch folgende einfache Betrachtung zeigen. Die Farbe des von einer Schicht einer gegebenen Substanz quer durchgelassenen Lichtes variirt fast immer, wenn nicht stets, mehr oder weniger mit der Dicke dieser Schicht. Nun kann eine und dieselbe Farbe, nämlich die reflectirte, nicht strenge complementar seyn zu einer unendlichen Mannigfaltigkeit verschiedener Farbentöne, nämlich den durch Schichten von verschiedener Dicke gegangenen. In den meisten Fällen freilich ist die Farbenveränderung nicht so grofs, um uns abzuhalten, die reflectirten und die durchgelassenen Farben in allgemeinem Sinne als complementar zu betrachten. Allein da es Substanzen giebt (z. B. Chromsesquioxyd-Salze, Chlorophyllösungen), die ihre Farbe in merkwürdiger Weise mit der Dicke der vom Licht zu durchdringenden Schicht verändern, so ist es wahrscheinlich, dafs noch Fälle entdeckt werden, welche Hrn. Haidinger's Gesetz auf dem ersten Blick widersprechen, obwohl sie ihm, in rechtem Sinne genommen, wirklich gehorchen werden. Da das Daseyn der Oberflächenfarbe nothwendig eine sehr intensive Absorption derjenigen Strahlen zu impliciren scheint, die nach den für Metalle gültigen Gesetzen reflectirt werden, so folgt, dafs man in den allerdünnsten Krystallen oder Häutchen von denen, welche man sich gewöhnlich practisch zu verschaffen vermag, die durchgelassene Farbe zu suchen hat, welche zu der reflectirten am meisten eigentlich complementar ist.

Ich will hier von dem Zusammenhange zwischen metallischer Reflexion und intensiver Absorption noch ein anderes Beispiel anführen. Ich wähle dasselbe, weil von einer gewissen an der Substanz zu beobachtenden Erscheinung eine andere Erklärung gegeben worden ist, als ich zu geben beabsichtige. Diefs Beispiel ist der Eisenglanz. Da es bereits bekannt ist, daß verschiedene Metall-Oxyde und -Sulfurete die optischen Eigenschaften der Metalle besitzen, so hat es nichts Neues, dieses Mineral als eine Substanz der Art hinzustellen. Es ist vielmehr die chromatische Variation der Metallicität, auf welche ich die Aufmerksamkeit zu lenken wünsche. Wenn Licht, welches in einem Azimuth von etwa  $45^\circ$  polarisirt ist, von einem Stückchen dieses Minerals bei etwa dem Polarisationswinkel reflectirt, und das reflectirte Licht durch eine Kalkspathplatte und ein Nicol'sches Prisma betrachtet wird, so findet man, wenn nach einander verschiedene absorbirende Media angewandt werden, daß die Phasenveränderung, wie sie sich durch den Charakter der Ringe zu erkennen giebt, zwar schon sehr deutlich bei rothem Lichte ist, aber in den stark brechbaren Farben noch viel bedeutender wird. Nun ist der Eisenglanz fast opak für Licht von allen Farben, allein da er einen rothen Strich giebt, so scheint seine Körperfarbe roth zu seyn, und wirklich ist bekannt, daß sehr dünne Blättchen ein rothes Licht durchlassen. Demgemäß entspricht die chromatische Variation der Phasenveränderung derjenigen der intensiven Absorptionskraft.

Das am Eisenglanz reflectirte Licht wird bei Zerlegung unter keinem Einfallswinkel ausgelöscht; allein bei dem Einfallswinkel, welcher die größte Annäherung an vollständige Polarisation giebt, beobachtet man einen Rückstand von blauem Licht. Um diels zu erklären, hat man den Eisenglanz mit einer Substanz von hoher Brechbarkeit verglichen, bei der der Polarisationswinkel für rothes Licht bedeutend geringer als für blaues sey, und bei welcher also mit Vergrößerung des Einfallswinkels das Licht (vorausgesetzt hier, es werde so zerlegt, daß nur der winkel-



recht gegen die Einfallsebene polarisirte Theil übrig bleibe), nahe beim Polarisationswinkel nicht nur bedeutend abnimmt, sondern auch entschieden blau wird<sup>1)</sup>. Ich glaube jedoch, daß das blaue Licht, obwohl es einigermassen aus der oben bezeichneten Ursache entspringen mag, hauptsächlich von der chromatischen Variation der Metallicität herrührt, indem das Medium, optisch betrachtet, metallischer ist für blaues Licht als für rothes.

Der Eisenglanz ist ein gutes Beispiel von einer Substanz, welche das Verbindungsglied zwischen den wahren Metallen und Substanzen wie Safflor-Roth bildet. Es ähnelt den Metallen darin, daß die Absorptionskraft, wie aus der chromatischen Variation der Metallicität hervorgeht und von der Farbe des Striches angezeigt wird, nicht so ausgedehnten chromatischen Variationen unterliegt, wie bei Farbstoffen gleich dem Safflor-Roth. Es ähnelt dem Safflor-Roth darin, daß es für eine Portion des Spectrums hinreichend durchsichtig ist, um den Zusammenhang zwischen der Metallicität und der Körperfarbe zuzulassen, wogegen bei Metallen die Körperfarbe nicht aus directen Beobachtungen bekannt ist, ausgenommen vielleicht beim Golde, welches im Zustande des Blattgoldes ein grünliches Licht durchläßt.

Ich bin nun im Stande, von der Beziehung, die zwischen dem wie von einem Metalle reflectirten Lichte und dem mit großer Energie absorbirten stattzufinden scheint, eine auffallende Bestätigung beizubringen. Beim Lesen des Haidinger'schen Aufsatzes, dessen Titel bereits genannt wurde, interessirte es mich besonders, das krystallisirte übermangansaure Kali unter denjenigen Substanzen aufgeführt zu finden, welche verschiedene Oberflächen- und Körperfarben zeigen. Ich hatte früher die sehr merkwürdige Weise der Lichtabsorption bei der rothen Lösung des Mineralchamäleon beobachtet<sup>2)</sup>. Diese Lösung, welche optisch als eine reine Lösung von übermangansaurem Kali

1) Lloyd, *Lectures on the Wave-Theory of Light* pt. II. p. 18.

2) *Philosoph. Transact. f.* 1852. p. 558.

betrachtet werden kann, in sofern sie nur ein farbloses Kalisalz beigemischt enthält, absorbirt grünes Licht mit großer Energie, wie selbst, ohne den Gebrauch eines Prismas, von der Farbe angezeigt wird. Allein, wenn man das durch eine blasse Lösung gegangene Licht mittelst eines Prismas zerlegt, findet man darin fünf merkwürdig dunkle Absorptionsstreifen oder Transparenzminima, welche beinahe aequidistant sind und hauptsächlich in der grünen Gegend liegen. Das erste liegt auf der positiven oder brechbareren Seite der festen Linie *D*, nach einer neuerlich unternommenen Messung, etwa um vier Siebentel des Intervalls der consecutiven Streifen von ihr entfernt; das letzte fällt nahe mit *F* zusammen. Das erste Minimum ist weniger hervortretend als das zweite und dritte, welches das stärkste in der Reihe ist.

Nun fiel mir ein, daß da die Lösung für Strahlen von den Brechbarkeiten dieser Transparenzminima so opak ist, entsprechende Maxima in dem von den Krystallen reflectirten Lichte vorhanden seyn möchten. Und diese Vermuthung hat sich durch einige seitdem an kleinen Krystallen gemachte Beobachtungen bestätigt. Bei Zerlegung des reflectirten Lichts durch ein Prisma war ich leicht im Stande, vier helle Streifen oder Maxima in dem Spectrum zu beobachten. Diese waren, wie sich wohl erwarten liefs, leichter zu sehen, wenn das Licht beinahe senkrecht einfiel als bei einem großen Einfallswinkel. Der erste Streifen war gelb, die anderen grün, ins Blaugrüne fallend. Als das unter bedeutendem Einfallswinkel in einer der Axe parallelen Ebene reflectirte Licht in zwei Bündel, einem in und einem winkelrecht auf der Einfallsebene polarisirten, zerfällt und darauf durch ein Prisma zerlegt wurde, waren in dem Spectrum des ersten Bündels die Streifen kaum oder gar nicht sichtbar, während das des letzteren aus nichts als hellen Streifen bestand.

Der erste helle Streif zeigte schon allein durch seine Farbe, daß er brechbarer war als das Licht, welches in dem Spectrum des durch die Lösung gegangenen Lichts

an der negativen Seite des ersten dunklen Streifens lag, und weniger brechbar als dasjenige, welches sich zwischen dem ersten und zweiten dunklen Streifen befand, so daß seine Lage ganz oder nahe der des ersten dunklen Streifens entsprechen würde. Indefs ist das Auge bei Absorptionsversuchen, vermöge der Effecte des Contrastes, großen Täuschungen ausgesetzt, und deshalb kann man sich auf eine Beobachtung dieser Art nicht ganz verlassen. Die Kleinheit der Krystalle veranlafte auch einige Schwierigkeit; allein eine zuverlässigere Beobachtung wurde auf folgende Art angestellt.

Sonnenlicht wurde horizontal in ein dunkles Zimmer reflectirt und auf einen Krystall geleitet. Das reflectirte Licht war begränzt durch einen Schlitz, der zwei bis drei Fufs vom Krystall abstand. Diese Vorsicht wurde getroffen, um sicher zu seyn, daß die Beobachtung an regelmäfsig reflectirtem Licht gemacht würde. Hätte man keinen Schlitz angewandt oder den Schlitz dicht am Krystall aufgestellt, so wäre zu fürchten gewesen, daß das beobachtete Licht nicht regelmäfsig reflectirt, sondern blofs, wie von einem farbigen Pulver, zerstreut worden. Das Erscheinen eines grünen Lichtflecks auf einem an der Stelle des Schlitzes gehaltenen Schirms zeigte, daß das Licht wirklich regelmäfsig reflectirt worden war. Durch den Schlitz ging auch das Licht, welches von dem Träger des Krystalls u. s. w. zerstreut worden. Der Schlitz wurde durch ein Prisma und ein kleines Fernrohr betrachtet, und so konnte die Lage der dunklen Streifen oder Helligkeitsminima in dem reflectirten Lichte verglichen werden mit den festen Linien, welche man mittelst des zerstreuten Lichts in dem ununterbrochenen Spectrum sah, das demjenigen Theil des Schlitzes entsprach, durch welches das vom Krystall reflectirte Licht nicht ging. Das an der positiven Seite des ersten hellen Streifens gelegene Minimum lag um etwas mehr als ein Streifen-Intervall an der positiven Seite der festen Linie *D*; das Minimum jenseits des vierten hellen Streifens lag etwa um ein halbes Streifen-Intervall an der negativen Seite

von *F*. Es erhellt also, daß die Minima des von dem Krystall reflectirten Lichts zwischen den Minimis des durch die Lösung gegangenen liegen, so daß die Maxima des ersteren den Minimis des letzteren entsprechen.

Es könnte für genügend erachtet werden, das reflectirte Licht zu vergleichen mit dem Licht, welches, nicht durch die Lösung, sondern durch die Krystalle selber gegangen wäre. Allein die Krystalle absorbiren das Licht mit solcher Macht, daß sie opak sind; und selbst wenn sie auf Glas ausgebreitet werden, ist die erhaltene Schicht für den Zweck zu dunkel gefärbt. Um die Streifen gut zu sehen, muß die Lösung so verdünnt seyn oder in so geringer Dicke angewandt werden, daß sie bloß nelkenroth erscheint. Da Hr. Haidinger angiebt, daß die Erscheinungen beim reflectirten Licht gleich sind für alle Flächen in allen Azimuthen und für die polirte Oberfläche einer Masse von zerdrückten Krystallen, so läßt sich vermuthen, daß die Absorption nicht sehr von dem Krystallgefüge afficirt werde und das durch eine Lösung gegangene Licht beinahe dieselbe Zusammensetzung habe, wie das durch eine Krystallplatte gegangene, wäre es möglich eine solche von hinlänglicher Düntheit zu erhalten.

Der erste helle Streif im reflectirten Licht erscheint gewöhnlich nicht sehr deutlich geschieden von dem stetigen Licht von niederer Brechbarkeit. Allein das letztere läßt sich fortschaffen, wenn man das bei etwa dem Polarisationswinkel reflectirte Licht beobachtet und es so zerlegt, daß nur der winkelrecht gegen die Einfallsebene polarisirte Theil übrig bleibt. Da die Oberfläche der Krystalle leicht dem Verderben ausgesetzt ist, so ist es am sichersten, zu den Beobachtungen über das reflectirte Licht frisch aus der Mutterlauge genommene Krystalle anzuwenden. In dem reflectirten Lichte habe ich nur vier helle Streifen beobachtet, wogegen in dem durch die Lösung gegangenen fünf deutliche Minima sind. Die äußersten Minima sind indeß weniger deutlich als die dazwischenliegenden, außer welchen das fünfte in einer verhältnißmäßig schwachen Gegend

des Spectrums vorkommt. Der vierte helle Streifen im reflectirten Licht war etwas schwach, doch möchte mit feineren Krystallen vielleicht gar ein fünfter sichtbar seyn. Da die Metallicität der Krystalle in den Theilen des Spectrums, welche den Transparenzmaximis entsprechen, fast oder ganz unmerklich ist, so kann man sagen, dafs, in Bezug auf die optischen Eigenschaften des reflectirten Lichts, das Medium sich vier oder fünf Mal aus einer durchsichtigen Substanz in ein Metall und wieder zurück verwandele, so wie die Brechbarkeit des Lichts von etwas jenseits der festen Linie *D* zu etwas jenseits *F* übergeht.

### XIII. Ueber Beobachtungen mit dem Schönbein'schen Ozonometer; von Prof. Rudolf Wolf.

Es dürfte vielleicht nicht ohne Interesse seyn, die Resultate kennen zu lernen, welche durch regelmässige Beobachtungen des Schönbein'schen Ozonometers während des Jahres 1853 in Bern erhalten wurden. Dieses Ozonometer besteht bekanntlich aus, mit Jodkleister präparirten Papierstreifen, welche längere Zeit (von mir regelmässig je 12 Stunden) der Luft ausgesetzt, dann in reines Wasser getaucht, und nachher mit einer von weifs (0) bis dunkelviolet (10) führenden Farbenscale verglichen werden. Die Summe der zwei täglichen Ablesungen gab mir im Mittel

December 9,3	März 13,2	Juni 8,7	September 6,8
Januar 9,4	April 12,6	Juli 4,7	October 5,2
Februar 13,0	Mai 13,0	Aug. 7,1	November 5,2
Winter 10,57.	Frühl. 12,93.	Sommer 6,83.	Herbst 5,73

so daß im Jahre 1853 das Maximum der Reaction auf den Frühling, das Minimum auf den Herbst fiel. Es ist jedoch leicht möglich, daß sich das Jahr 1853 auch in dieser Beziehung, wie in den übrigen meteorologischen Verhältnissen, anormal zeigte, und in gewöhnlichen Jahren das Max. auf den Winter, das Min. auf den Sommer fällt; die Folge der Beobachtungen wird entscheiden.

Die Vergleichung der Ozon-Reactionen mit den übrigen meteorologischen Beobachtungen gab mir folgende Resultate:

		Mittel der täglichen Ozon-Reactionen	
		an den betreffenden	in den betreffenden
		Tagen.	Monaten.
Schöne Tage	4,86	.	9,02
Regentage	11,40	.	8,59
Schneetage	14,15	.	10,81
Gewitter-Tage	10,92	.	8,30
Nebeltage	5,13	.	9,02
Hohe Barometerstände			
(über 720 <sup>mm</sup> )	4,69	.	6,26
Tiefe Barometerstände			
(unter 700 <sup>mm</sup> )	12,00	.	10,02

und die Windrose

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
8,4	9,6	5,0	6,0	9,4	11,8	11,8	9,8
6,8				11,2			

Im Ganzen bleiben somit die Ozon-Reactionen (die ich im Detail in den Mittheilungen der Berner Naturforschenden Gesellschaft geben und besprechen werde) bei schönen Tagen, trockenen Nebeln und Ostwinden unter dem Mittel, während sie dagegen bei Gewittern, Westwinden, Regentagen und namentlich bei bedeutenden Schneefällen über das Mittel steigen.

Bern, 22. Januar 1854.

**XIV. Ueber den Mimetesit (Kampylit) von Caldbeck Felt in Cumberland; von C. Rammelsberg.**

An dem genannten Orte findet sich in Begleitung von Psilomelan eine Abänderung des Mimetesits in wachsgelben gekrümmten sechsseitigen Prismen, welche ich auf Veranlassung des Hrn. Dr. Krantz chemisch untersucht habe.

Das spec. Gewicht ist = 7,218.

Vor dem Löthrohr verhält sich das Mineral wie andere Mimetesite, giebt aber zugleich eine geringe Chromreaction.

In verdünnter Salpetersäure ist es etwas schwer, jedoch vollkommen auflöslich.

Bei den Analysen wurde das Blei theils als schwefelsaures Bleioxyd, theils als Chlорblei, die Arseniksäure als Schwefelarsenik, die Phosphorsäure als phosphorsaure Talkerde, und das Chlor als Chlorsilber bestimmt. Die Menge des Chroms ist kaum wägbar. Ausserdem findet sich eine kleine Menge Kalkerde.

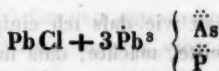
	1.	2.	3.
Chlor		2,41	
Phosphorsäure	3,16	3,78	3,08
Arseniksäure	18,55	18,39	
Bleioxyd	76,70	76,24	
Kalkerde		0,50	
Das Mittel ist:			
Chlor		2,41	
Arseniksäure		18,47	
Phosphorsäure		3,34	
Bleioxyd		76,47	
Kalkerde		0,50	
		<hr/>	
		101,19.	

2,41 Chlor bilden mit 7,04 Blei 9,45 Chlорblei, und 7,04 Blei sind = 7,58 Bleioxyd, so dafs die Zusammensetzung des Minerals ist:



Chlor	2,41		
Blei	7,04		
Bleioxyd	68,89	4,94	5,08
Kalkerde	0,50	0,14	
Arseniksäure	18,47	6,41	8,28
Phosphorsäure	3,34	1,87	
	100,64		

Es entspricht diese Abänderung mithin der allgemeinen Formel:



und sie zeichnet sich vor den übrigen bekannten nur durch ihren gröfseren Gehalt an phosphorsaurem Bleioxyd aus, von dem sie nahezu 1 At. gegen 3 At. arseniksaures Bleioxyd enthält. In der von Wöhler untersuchten Varietät von Johann-Georgenstadt ist das Verhältnifs beider Salze = 1 : 10.

### XV. Notiz über das viergliedrige schwefelsaure Nickel-oxydul; von Prof. Reusch in Tübingen.

Der zufällige Besitz eines etwas voluminösen Krystalls von optisch-einaxigem schwefelsaurem Nickel-oxydul veranlafste mich in letzter Zeit dieses Salz etwas näher zu untersuchen. Mit grofser Leichtigkeit erhält man Platten, deren zur Axe senkrechte Flächen keiner weiteren Politur bedürfen und die daher zu thermischen und optischen Versuchen unmittelbar brauchbar sind.

Im Mellonischen Apparate zeigen sich Platten dieses Salzes, selbst bei einer Dicke von wenigen Millimetern, in hohem Grade atherman.

Während die Locatellische Lampe im Multiplicator bei freier Strahlung  $69^\circ$ , mit Steinsalz  $66^\circ$ , mit Alaun  $18^\circ$  Ablenkung gab, erhielt ich mit einer etwa  $2^{\text{mm}}$  dicken Nickelplatte nur  $8^\circ$  Ablenkung. Für dunkle Wärmequellen scheint dieses Salz fast ganz atherman zu seyn. Ich erinnere hiebei an die analogen Eigenschaften des Kupfervitriols (s. Ettingshausen, Physik 3. Aufl. S. 522).

Für die Farbenringe müssen die Platten schon gegen  $5^{\text{mm}}$  dick seyn, wenn man eine gehörige Anzahl derselben übersehen will.

Dieser Umstand, so wie dafs ich einigen Freunden von dem Krystalle mittheilte, machte, dafs mir für ein Prisma, zur Bestimmung der Brechungscoëfficienten, kein Stück mehr übrig blieb, das eine vollkommene Bearbeitung der Seitenflächen erlaubt hätte. In Folge hievon war es nicht möglich ein Goniometer mit Fernrohr anzuwenden, und ich sah mich genöthigt, mit dem Wollaston'schen Goniometer und einem dreizölligen Spiegelsextanten ohne das Fernrohr zu operiren.

Nachdem der Winkel des Prismas gemessen war, wurde dasselbe gegen eine feine horizontale Spalte, hinter der eine gute Lampe brannte, mit Hülfe der Goniometerbewegung unter den Winkel der kleinsten Ablenkung gestellt und der Winkel zwischen Spalte und Mitte des Spectrums gemessen. Da die Spalte in einem Abstand von 30 Fufs sich befand und die Beobachtungen in möglichster Nähe des Prismas gemacht wurden, so konnte man sich erlauben, den Fehler zu vernachlässigen, der davon herrührt, dafs die von der Spalte auf das Prisma und den grofsen Sextantenspiegel fallenden Strahlen nicht parallel sind. Der Winkel des Prismas ergab sich als Mittel aus sechs Bestimmungen zu  $41^\circ 29' 51''$ ; für den ordinären Strahl war die kleinste Ablenkung  $23^\circ 20' 20''$ , für den extraordinären  $21^\circ 58' 0''$ , beide ebenfalls das Mittel aus je sechs Einstellungen. Hieraus berechnen sich nach der bekannten Formel die mittleren Brechungscoëfficienten

$$n. = 1,513$$

$$n. = 1,485.$$

Diese Zahlen treffen zufällig ziemlich nahe mit denen zusammen, welche Sénarmont (Beer, höhere Optik S. 297) für das doppelt-phosphorsaure Ammoniak gefunden hat.

Um mich von der Brauchbarkeit der obigen Methode zu überzeugen, beobachtete ich unter gleichen Umständen an einem Kalkspathprisma mit zur Axe paralleler Kante und einem brechenden Winkel von  $58^{\circ} 47' 10''$  die Winkel der kleinsten Ablenkung und fand  $50^{\circ} 11' 45''$  für den ordinären,  $34^{\circ} 49' 15''$  für den extraordinären Strahl, wobei alle Winkel das Mittel aus je vier Einstellungen sind. Man erhält hieraus

$$n. = 1,658, \quad n. = 1,485,$$

während die bekannten Malus'schen Werthe

$$1,6543 \text{ und } 1,4833$$

sind. Es dürften daher die zwei ersten Decimalen der oben gegebenen Zahlen sicher seyn. Viel genauer sind aber wohl die Zahlen in der oben citirten Tabelle (Beer S. 297 und 298) überhaupt nicht.

# XVI. *Ueber die Fraunhofer'schen Linien. Aus einem Briefe des Hrn. Dr. Heusser.*

Zürich 11. Febr. 1854.

— Broch hat in ihren Annalen (Ergänzb. III. 311) mitgetheilt, daß die Fraunhofer'schen Linien in Christiania ganz anders auftreten, als wie sie von Fraunhofer selbst beschrieben sind, daß er (Broch) deswegen der Ansicht sey, das Erscheinen derselben hänge ab von der geographischen Lage des Beobachtungsortes, von der Höhe desselben über dem Meer, von Jahres- und Tageszeiten etc. In Berlin hatte ich keinen Unterschied von der von Fraun-

hofer gegebenen Zeichnung gefunden, wie ich dies schon in meiner Arbeit, Annal. Bd. 87 S. 457, bemerkt habe. Letzten Herbst bot sich mir nun eine günstige Gelegenheit dar, das Sonnenspectrum in einer bedeutenden Höhe zu beobachten, nämlich zu St. Moritz, im Ober-Engadin, ungefähr 5500 Fufs über dem Meer. Ich hatte von Berlin aus, ausser einem Oertling'schen Fernrohr, das Flintglasprisma mitgenommen, mittelst dessen ich dort ein reines Sonnenspectrum darstellte. Fernrohr und Prisma waren auf einem Gestell so befestigt, dafs beide sich um eine verticale Axe drehen liefsen, das Prisma also leicht ins Minimum der Ablenkung gebracht und das Fernrohr darauf gerichtet werden konnte. Einen Heliostaten hatte ich zwar in St. Moritz nicht, allein dafür liefs ich den Sonnenstrahl von einem auf ein Brett gespannten blendend-weißen Faden durch einen engen ebenfalls von Berlin mitgenommenen Spalt reflectiren. Mittelst eines solchen hatte ich schon in Berlin das Spectrum beobachtet und gefunden, dafs die Fraunhofer'schen Linien, mit Ausnahme von *A* im Roth und von *H* im Violett, deutlich zum Vorschein kommen.

Diese Beobachtungen wiederholte ich nun im Hause meines Bruders zu St. Moritz, und fand nicht den mindesten Unterschied von dem Auftreten der Linien wie ich es in Berlin gesehen. *B*, *C*, *D*, *E*, *F* und *G* erschienen als die stärksten Linien, und, soweit das Auge es beurtheilen konnte, in denselben Abständen von einander wie zu Berlin. —